

STATİK DERSİ ÇALIŞMA SORULARI - A

SORU 1)

Şekildeki kişi AB kablouunu 350 N'luk bir kuvvetle çekmektedir. A noktasına etkiyen bu kuvveti kartezyen formda ifade ediniz ve doğrultusunu belirleyiniz.

Çözüm: 350 N'luk kuvveti vektörel olarak ifade edebilmek için kuvvetin uygulandığı doğrultudaki birim vektör \vec{u}_{AB} bulunmalıdır. Çekme kuvveti A'dan B'ye doğru olduğuna dikkat edelim. A ve B noktalarının koordinatlarını yazarak başlayalım;

A(0; 0; 9) ve B(3,6; -2,4; 1,8) metredir. \vec{r}_{AB} bulunurken B'nin koordinatlarından A'nın koordinatları düşülür.

$$\vec{r}_{AB} = \{3,6i - 2,4j - 7,2k\} m$$

$$\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{|\vec{r}_{AB}|} = \frac{(3,6i - 2,4j - 7,2k)}{\sqrt{3,6^2 + (-2,4)^2 + (-7,2)^2}}$$

$$\vec{u}_{AB} = 0,4286i - 0,2857j - 0,8571k$$

Kuvvetin büyüklüğü ile birim vektörün çarpımı sonucu kuvvet, vektörel formda ifade edilmiş olur;

$$\vec{F}_{AB} = |\vec{F}_{AB}| \vec{u}_{AB} = 350 \cdot \{0,4286i - 0,2857j - 0,8571k\} N$$

$$\vec{F}_{AB} = \{150i - 100j - 300k\} N$$

Doğrultman kosinüsleri bulunurken \vec{u}_{AB} birim vektörünün i, j, k bileşenlerinden faydalanılır;

$$\vec{u}_{AB} = (\cos \alpha \cdot i + \cos \beta \cdot j + \cos \gamma \cdot k) \quad \vec{u}_{AB} = 0,4286i - 0,2857j - 0,8571k$$

Aşağıdaki işlemleri yaparken hesap makinenizin derece (°) biriminde olduğuna dikkat ediniz.

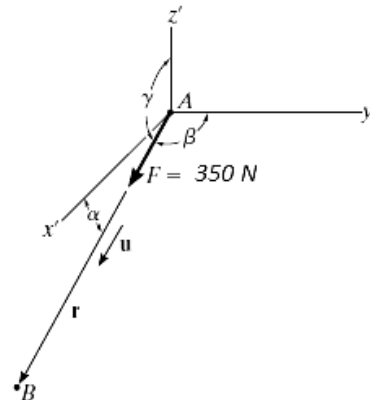
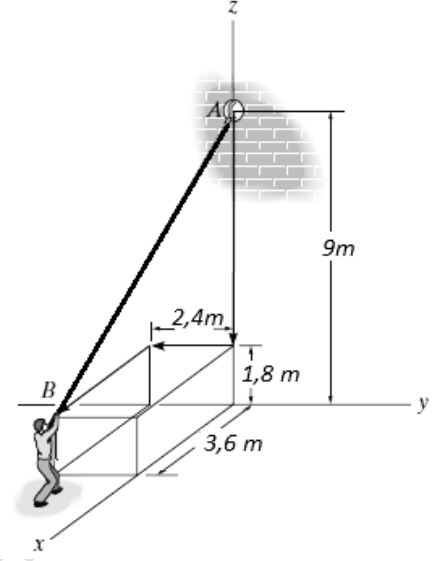
$$\alpha = \cos^{-1}(+0,4286) = 64,6^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}(-0,2857) = 106,6^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}(-0,8571) = 149,0^\circ$$

Bulunan açılar, yerel koordinat sisteminin pozitif

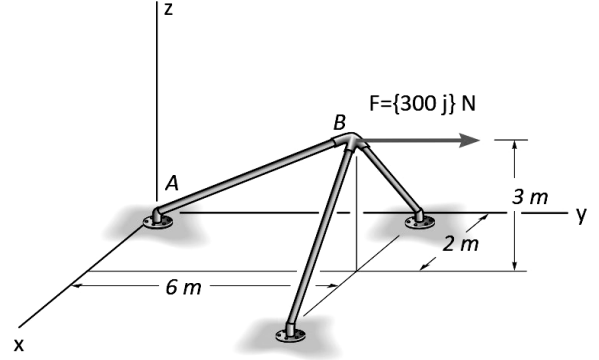
kolları ile kuvvet arasında kalan açılardır.



SORU 2)

Şekildeki sistemde F kuvvetinin AB çubuğuna dik ve paralel bileşenlerini hesaplayınız.

Çözüm: Öncelikle AB doğrultusundaki bileşenin tespiti için \vec{u}_{AB} birim vektörü bulunmalıdır. $|\vec{F}_{AB}| = \vec{F} \cdot \vec{u}_{AB}$ işlemi ile AB'ye paralel bileşenin büyüklüğü tespit edilir.



A(0; 0; 0) ve B(2; 6; 3) metredir. \vec{r}_{AB} bulunurken B'nin koordinatlarından A'nın koordinatları düşülür.

$$\vec{r}_{AB} = (2i + 6j + 3k)m$$

$$\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{|\vec{r}_{AB}|} = \frac{(2i + 6j + 3k)}{\sqrt{2^2 + 6^2 + 3^2}}$$

$$\vec{u}_{AB} = 0,286i + 0,857j + 0,429k$$

\vec{F}_{AB} vektörel formunu ifade etmek için;

$$\vec{F}_{AB} = |\vec{F}_{AB}| \cdot \vec{u}_{AB} = 257,1 \cdot (0,286i + 0,857j + 0,429k)$$

$$\vec{F}_{AB} = \{73,5i + 220j + 110k\} N$$

$$\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{dik} = \vec{F} \text{ ise } \vec{F}_{dik} = \vec{F} - \vec{F}_{AB} = \{300j\} N - \{73,5i + 220j + 110k\} N$$

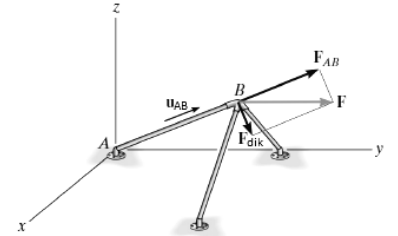
$$\vec{F}_{dik} = \vec{F} - \vec{F}_{AB} = \{-73,5i + 80j - 110k\} N \text{ ve } |\vec{F}_{dik}| = \sqrt{(-73,5)^2 + (-80)^2 + (-110)^2} = 155N$$

$$\text{veya } |\vec{F}_{dik}| = \sqrt{|\vec{F}|^2 - |\vec{F}_{AB}|^2} = \sqrt{300^2 - 257,1^2} = 155N \text{ veya } \vec{F}_{dik} = 300 \cdot \sin 31^\circ = 155N$$

Önemli Not: \vec{F} vektörü ve AB doğrultusu arasındaki açı skaler çarpım ile de bulunabilirdi;

$$\vec{r}_{AB} \cdot \vec{F} = |\vec{r}_{AB}| \cdot |\vec{F}| \cdot \cos \theta \quad \theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{r}_{AB} \cdot \vec{F}}{|\vec{r}_{AB}| \cdot |\vec{F}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{(2i + 6j + 3k) \cdot (300j)}{(7) \cdot (300)} \right)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{(6) \cdot (300)}{(7) \cdot (300)} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{1800}{2100} \right) \rightarrow \theta = 31^\circ$$



SORU 3)

Şekildeki ağaca etkitilen F kuvvetinin kök noktasına (O noktasına) göre momentini bulunuz.

Çözüm: Kuvvet A noktasından B noktasına doğru bir doğrultuya sahip olduğundan $\vec{F}_{AB} = |\vec{F}_{AB}| \vec{u}_{AB}$ işlemi ile 2 kN'luk F kuvvetini vektörel formda ifade edebiliriz.

A(0; 0; 12) ve B(4; 12; 0) metredir. \vec{r}_{AB} bulunurken B'nin koordinatlarından A'nın koordinatları düşülür.

$$\vec{r}_{AB} = (4i + 12j - 12k)m$$

$$\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{|\vec{r}_{AB}|} = \frac{(4i + 12j - 12k)}{\sqrt{4^2 + 12^2 + (-12)^2}} = \frac{(4i + 12j - 12k)}{17,44}$$

$$\vec{u}_{AB} = 0,229i + 0,688j - 0,688k$$

$$\vec{F}_{AB} = |\vec{F}_{AB}| \vec{u}_{AB} = 2 \cdot (0,229i + 0,688j - 0,688k)$$

$$\vec{F}_{AB} = \{0,458i + 1,376k - 1,376k\} kN$$

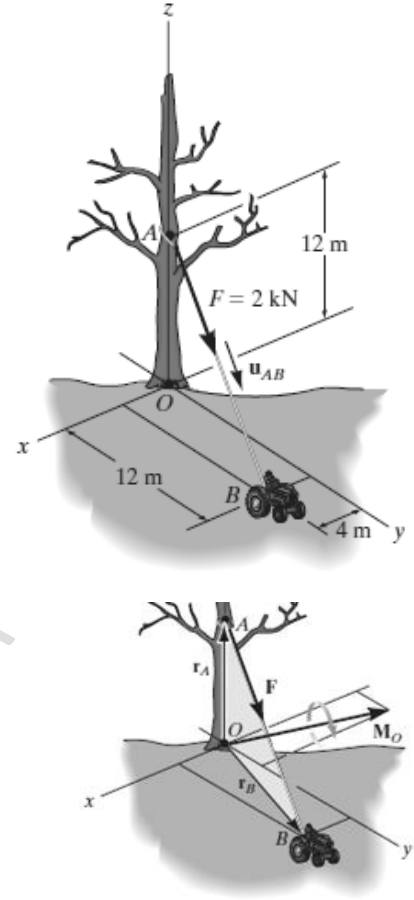
Bir kuvvet vektörünün bir noktaya göre momenti alınırken moment alınacak noktadan kuvvete doğru (kuvvet bir doğrultu boyunca etkili ise moment alınacak noktadan, doğrultunun herhangi bir noktasına doğru) tanımlanan konum vektörü "r" ile kuvvet "F" vektörel olarak çarpılır.

$$\vec{M}_0 = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_{AB} \quad \vec{r}_{OA} = (12k)m \quad \vec{M}_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 12 \\ 0,458 & 1,376 & -1,376 \end{vmatrix}$$

$$= [(0) \cdot (-1,376) - (12) \cdot (1,376)]i - [(0) \cdot (-1,376) - (12) \cdot (0,458)]j + [(0) \cdot (1,376) - (0) \cdot (0,458)]k$$

$$\vec{M}_0 = \{-16,5i + 5,5j\} kN.m$$

Önemli Not: $\vec{M}_0 = \vec{r}_{OB} \times \vec{F}_{AB}$ çarpımı ile de aynı sonuç bulunur. Çünkü F kuvveti, AB doğrultusu boyunca etkimektedir ve B noktasına göre de bir \vec{r}_{OB} tanımlamak mümkündür.



SORU 4)

Şekildeki F kuvvetinin

a) A noktasına göre momentini hesaplayınız.

b) z-eksenine göre momentini hesaplayınız.

c) AB doğrusuna göre momentini hesaplayınız.

Çözüm: Öncelikle F kuvvetini kartezyen formda ifade edelim. F kuvveti CD hattı boyunca olduğundan \vec{r}_{CD} bulunurken D'nin koordinatlarından C'nin koordinatları düşülür;

D(0; 0,4; 0) ve C(0,2; 0,3; 0,15) m

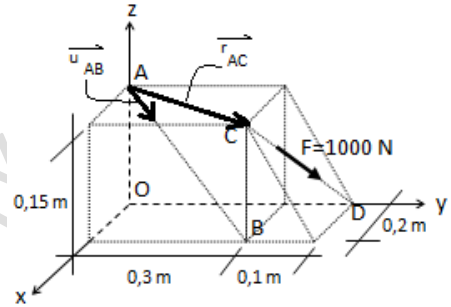
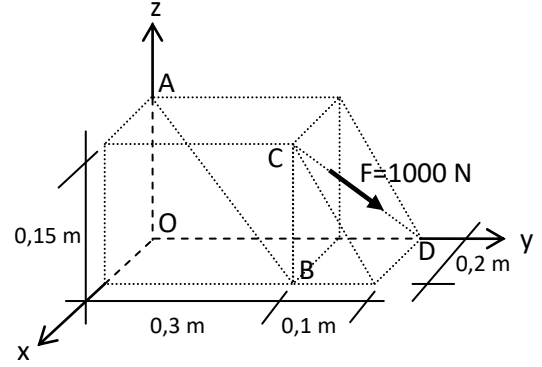
$$\vec{r}_{CD} = (-0,2i + 0,1j - 0,15k)m$$

$$\vec{F} = |\vec{F}| \frac{\vec{r}_{CD}}{|\vec{r}_{CD}|} = 1000 \cdot \frac{(-0,2i + 0,1j - 0,15k)}{\sqrt{(-0,2)^2 + 0,1^2 + (-0,15)^2}}$$

$$= 1000 \cdot \frac{-0,2i + 0,1j - 0,15k}{\sqrt{0,04 + 0,01 + 0,0225}}$$

$$= 3713,91 \cdot (-0,2i + 0,1j - 0,15k)$$

$$\vec{F} = \{-743i + 371j - 557k\} N$$



a) F kuvvetinin A noktasına göre momentini

$$\vec{M}_A = \vec{r}_{AC} \times \vec{F} \quad \vec{r}_{AC} = ((0,2-0)i + (0,3-0)j + (0,15-0,15)k)m \quad \vec{M}_A = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0,2 & 0,3 & 0 \\ -743 & 371 & -557 \end{vmatrix}$$

$$= [(0,3) \cdot (-557) - (0) \cdot (371)]i - [(0,2) \cdot (-557) - (0) \cdot (-743)]j + [(0,2) \cdot (371) - (0,3) \cdot (-743)]k$$

$$\vec{M}_A = \{-167,1i + 111,4j + 297,1k\} N.m \quad |\vec{M}_A| = \sqrt{(-167,1)^2 + (111,4)^2 + (297,1)^2} = 358,6 N.m$$

b) A noktası z-ekseni üzerinde olduğundan M_A momentini z-eksenine izdüşürmek yeterlidir.

$$|\vec{M}_{z-z}| = \vec{u}_{z-z} \cdot (\vec{r}_{AC} \times \vec{F}) = k \cdot \vec{M}_A = k \cdot (-167,1i + 111,4j + 297,1k) = 297,1 N.m$$

$$(297,1 N.m \text{ doğrudan skaler üçlü çarpımla da bulunabilirdi}) \quad \vec{M}_{z-z} = |\vec{M}_{z-z}| \vec{u}_{z-z} = \{297,1k\} N.m$$

c) A noktası AB üzerinde olduğundan M_A 'nın AB doğrusu yönündeki bileşenini buluruz.

$$|\vec{M}_{AB}| = \vec{u}_{AB} \cdot (\vec{M}_A) = \frac{\vec{r}_{AB}}{|\vec{r}_{AB}|} \cdot (-167,1i + 111,4j + 297,1k)$$

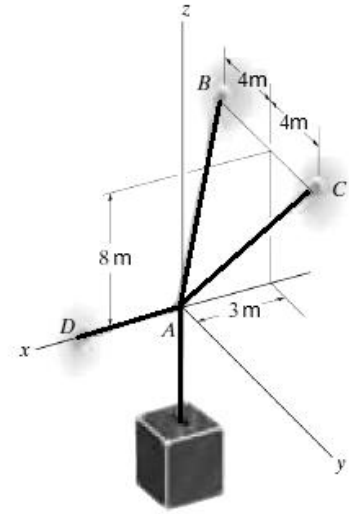
$$= \frac{0,2i + 0,3j - 0,15k}{\sqrt{0,2^2 + 0,3^2 + (-0,15)^2}} \cdot (-167,1i + 111,4j + 297,1k) = -114 N.m \quad \vec{M}_{BA} = 114 N.m$$

$$\vec{M}_{AB} = |\vec{M}_{AB}| \vec{u}_{AB} = (-114) \cdot (0,512i + 0,768j - 0,384k) = \{-58,368i - 87,552j + 43,776k\} N.m$$

SORU 5)

40 kg kütlesindeki kutu şekildeki gibi üç adet halat yardımcıyla C, B ve D noktalarına asılmıştır. Halatlar A noktasında düğümlenmektedir. AB, AC ve AD kablolarında oluşan kuvvetleri bulunuz.

Çözüm: Kablo kuvvetlerini birim vektörler ile çarparak kartezyen formda ifade ettikten sonra x, y ve z doğrultularındaki denge denklemlerini yazmamız gerekir.
B(-3, -4, 8) C(-3, 4, 8)



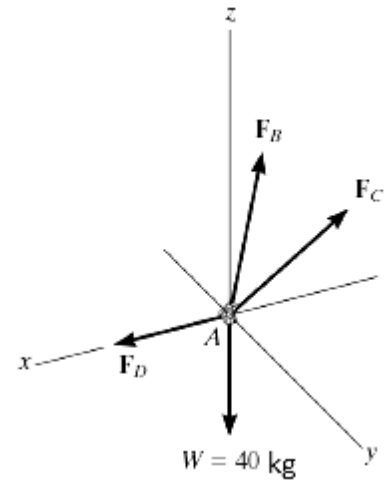
$$\vec{F} = |\vec{F}| \cdot \vec{u} = |\vec{F}| \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

B kablosu için;

$$\vec{F}_B = |\vec{F}_B| \cdot \frac{\vec{r}_{AB}}{|\vec{r}_{AB}|} = |\vec{F}_B| \cdot \frac{-3i - 4j + 8k}{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 + (8)^2}}$$
$$\vec{F}_B = -0,318|\vec{F}_B|i - 0,424|\vec{F}_B|j + 0,848|\vec{F}_B|k$$

C kablosu için;

$$\vec{F}_C = |\vec{F}_C| \cdot \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = |\vec{F}_C| \cdot \frac{-3i + 4j + 8k}{\sqrt{(-3)^2 + (4)^2 + (8)^2}}$$
$$\vec{F}_C = -0,318|\vec{F}_C|i + 0,424|\vec{F}_C|j + 0,848|\vec{F}_C|k$$



D kablosu için;

Kutunun kütlesi;

$$\vec{F}_D = |\vec{F}_D| \cdot \vec{u}_{AD} = |\vec{F}_D| \cdot i$$
$$\vec{F}_D = |\vec{F}_D| i$$
$$W = \{-40k\} \text{ kgf}$$

$$\sum F_x = 0 \quad -0,318|\vec{F}_B| - 0,318|\vec{F}_C| + |\vec{F}_D| = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -0,424|\vec{F}_B| + 0,424|\vec{F}_C| = 0$$

$$\sum F_z = 0 \quad +0,848|\vec{F}_B| + 0,848|\vec{F}_C| - 40 = 0$$

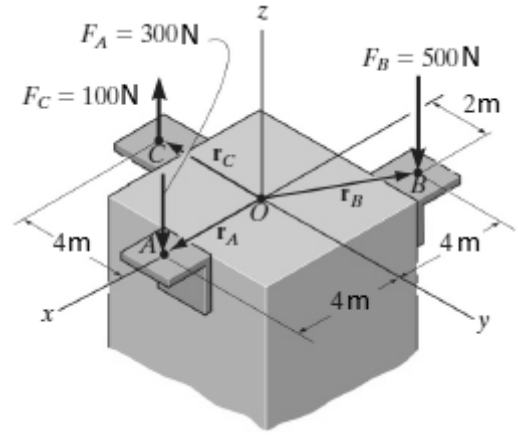
$$|\vec{F}_B| = |\vec{F}_C| = 23,6 \text{ kgf}$$

$$|\vec{F}_D| = 15,0 \text{ kgf}$$

SORU 6)

Şekildeki sisteme etkiyen kuvvetleri eşdeğer bileşke kuvvete indirgeyiniz ve sütuna etkiği noktayı tespit ediniz.

Çözüm: Önce kuvvetlerin bileşkesi bulunur. Sonra kuvvetlerin O noktasında yarattığı moment tespit edilir ve aynı moment büyüklüğünü ve yönünü oluşturacak şekilde eşdeğer kuvvet O 'dan kaydırılır.



$$\sum F = F_A + F_B + F_C$$

$$\sum F = \{-300k\} N - \{500k\} N + \{100k\} N$$

$$\sum F = \{-700k\} N$$

$$(M_R)_O = \sum M_O$$

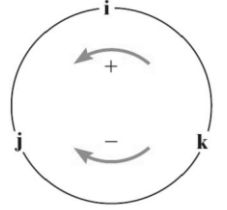
$$\vec{r}_p \times \vec{F}_R = \vec{r}_A \times \vec{F}_A + \vec{r}_B \times \vec{F}_B + \vec{r}_C \times \vec{F}_C$$

$$(xi + yj) \times (-700k) = [(4i) \times (-300k)] + [(-4i + 2j) \times (-500k)] + [(-4j) \times 100k]$$

$$700xj - 700yi = [1200j] + [-2000j - 1000i] + [-400i]$$

$$x = -1,14m \quad y = 2m$$

Negatif uzaklık bileşke kuvvetin x -koordinatının negatifte olduğunu gösterir.

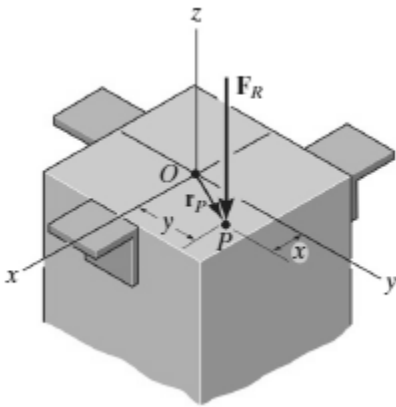


Önemli Not: Skaler çözümde sağ el kuralına uygun olarak doğrudan x ve y eksenlerine göre moment alınıp aynı sonuca ulaşılabılır.

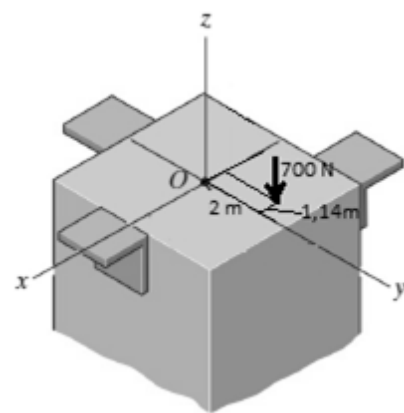
$$(M_R)_x = \sum M_x \quad -700y = -(100N \cdot 4m) - (500N \cdot 2m)$$

$$(M_R)_y = \sum M_y \quad +700x = 300N \cdot 4m - 500N \cdot 4m$$

$$x = -1,14m \quad y = 2m$$



Skaler çözümde seçilen konum



Çözümler sonucu bulunan gerçek konum

SORU 7)

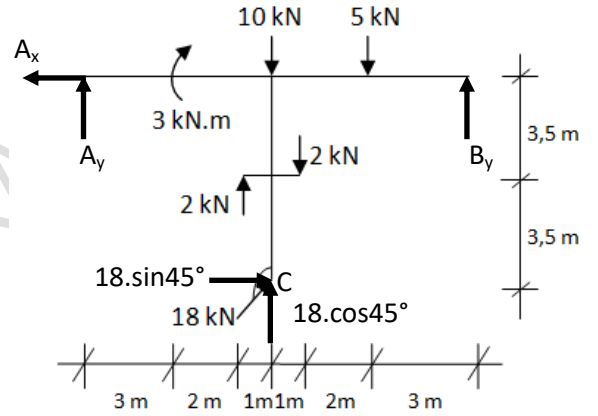
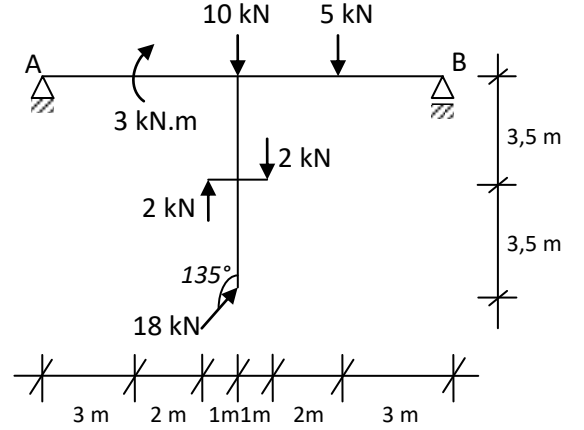
Şekildeki sistemde A ve B mesnetlerinin reaksiyonlarını tespit ediniz.

Çözüm: Serbest cisim diyagramı çizilir ve denge denklemleri oluşturulur.

$$\sum F_x = 0$$
$$-A_x + 18 \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad A_x = 12,73 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0$$
$$-3 - (10 \times 6) - (2 \times 2) + (18 \cdot \sin 45^\circ \times 7) + (18 \cdot \cos 45^\circ \times 6) - (5 \times 9) + B_y \times 12 = 0$$
$$B_y = -4,46 \text{ kN} \quad (\downarrow 4,46)$$

$$\sum F_y = 0$$
$$+A_y - 10 + 2 - 2 + 18 \cdot \cos 45^\circ - 5 - 4,46 = 0$$
$$A_y = 6,73 \text{ kN}$$



Önemli Not: Çözüm sonrası bulunan mesnet reaksiyonlarının sağlamasını yapmak için mesnetler dışındaki herhangi bir noktaya göre moment alınır ve değeri sıfır "0" olmalıdır.

$$\sum M_C = 0$$
$$12,73 \times 7 - 6,73 \times 6 - 3 - 2 \times 2 - 5 \times 3 - 4,46 \times 6 = 0 \quad \checkmark$$

1,2,3,5 ve 6. sorular "Mühendislik Mekaniği - Statik, R.C. Hibbeler, S.C. Fan" kitabından alınarak kurgulanmıştır.