

# STATİK

## (MADEN MÜHENDİSLİĞİ)

*Dr. Öğr. Üyesi Çağlar YALÇINKAYA*

(Dokuz Eylül Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü)

Ders notları için: [www.caglaryalcinkaya.com](http://www.caglaryalcinkaya.com)

# YAPISAL ANALİZ (KAFES SİSTEMLER, ANALİZ YÖNTEMLERİ)

- Kafesler genellikle çatıları taşımak için kullanılır.
- Verilen bir kafes geometrisi ve yükleme durumu için, elemanları boyutlandırabilmek için kafes elemanlarında oluşan kuvvetleri nasıl saptarız?
- Verilen bir yükleme durumunda maliyeti minimize edecek şekilde kafes geometrisini nasıl belirleriz?



*Konak Pier-İzmir*



*Konak Pier-İzmir*

# Kafes Yapılar ve Sistemler

- Kafes sistemler ayrıca vinçlerde, maden taşıma bantlarında, demiryolu ve karayolu köprülerinde sıklıkla kullanılır.
- Yükleri taşıyan, yeterli güvenliği ve maliyet özelliklerini karşılayan, üretimi basit ve kullanım ömrü boyunca kolayca hasarlara karşı denetlenebilen hafif bir yapıyı nasıl tasarlayabilirsiniz?
- Kafes yapıları çelik, ahşap, betonarme veya farklı malzemelerden imal edebiliriz. Geometrik özelliklerine göre kafesleri sınıflandırırız.



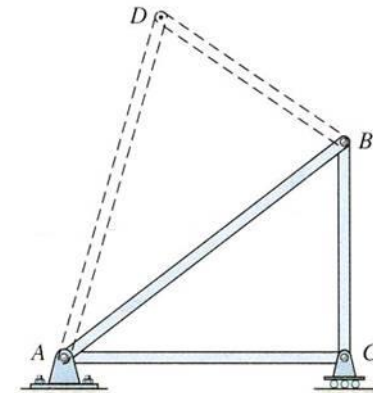
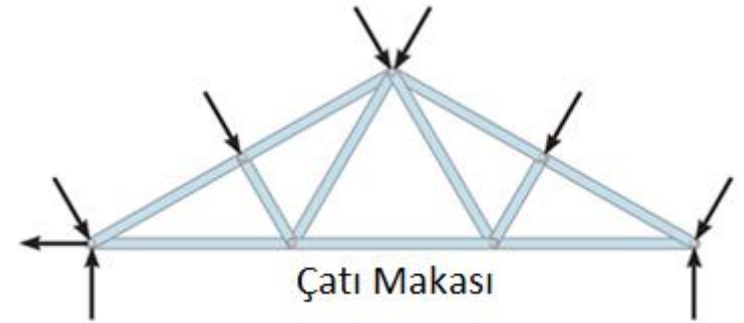
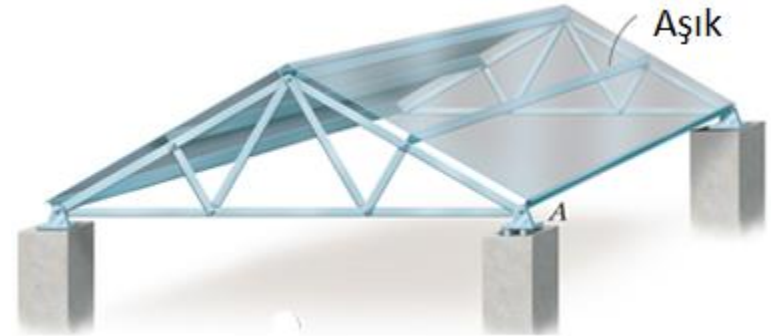
*Edirne Tren Köprüsü – Tunca Nehri Üstü*



# Basit Kafesler

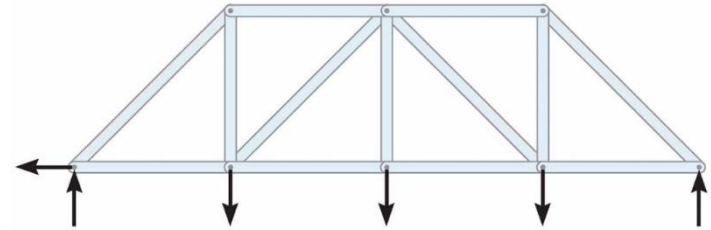
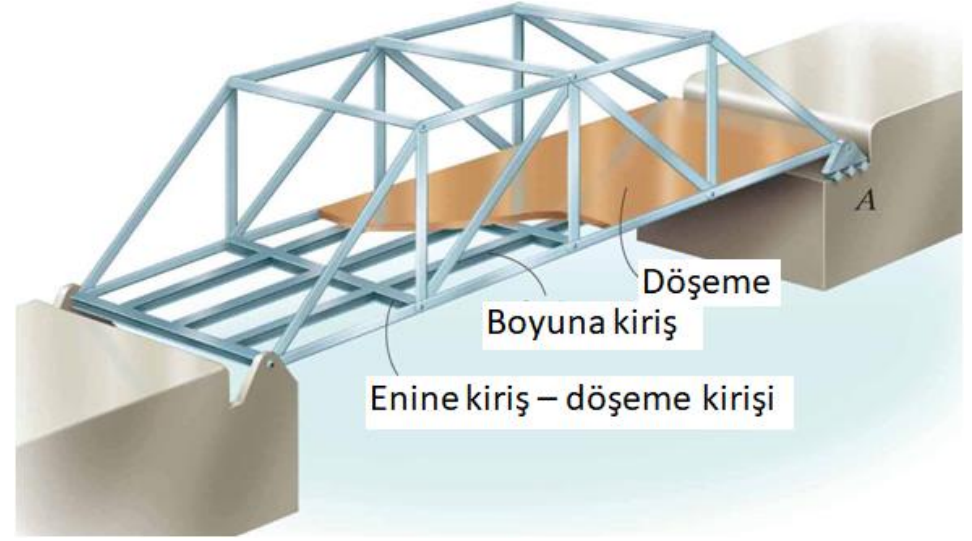
- Kafes, uç noktalarından birleştirilmiş narin elemanların oluşturduğu bir yapıdır.
- Eğer kafes, üzerine etkiyen yüklerle birlikte tek bir düzlem üzerindeyse (şekillerde görüldüğü gibi), bu durumda buna bir düzlem kafes denir. İki boyutta analiz yeterlidir.
- Basit kafes, üçgen oluşturan elemanlarla başlayıp sonra her defasında iki eleman ve bir birleşim noktası (düğüm) ile istenildiği kadar genişletilebilen bir düzlemsel sistemdir.
- Bu kafeslerde eleman sayısı (M) ile düğüm nokta sayısı (D) arasında şu ilişki vardır;

$$M = 2 D - 3.$$



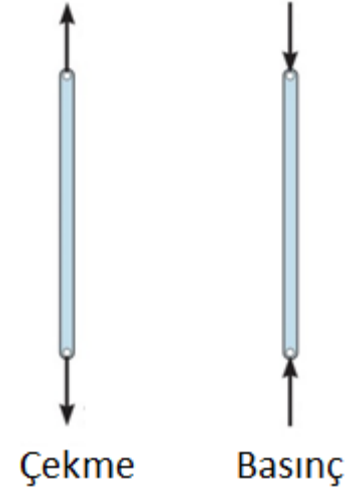
# Kafes Köprüler

- Kafes köprülerde yüklerin kafes sisteme aktarılması önce boyuna olan kirişlerin üzerinden enine kirişlere, oradan da iki yanda bulunan kafesin düğüm noktalarına aktarılır.
- Köprülerin uzun mesafeleri geçmeleri durumunda, köprünün bir ucunu mesnetlemek için hareketli/kayar mesnet kullanılır.
- Böylece köprünün sıcaklık etkilerinden dolayı serbestçe uzama veya kısalmasına olanak verilerek, köprüde bu etkiler sebebiyle ilave kuvvetlerin oluşması engellenir.



# Analiz ve Tasarım Kabülleri

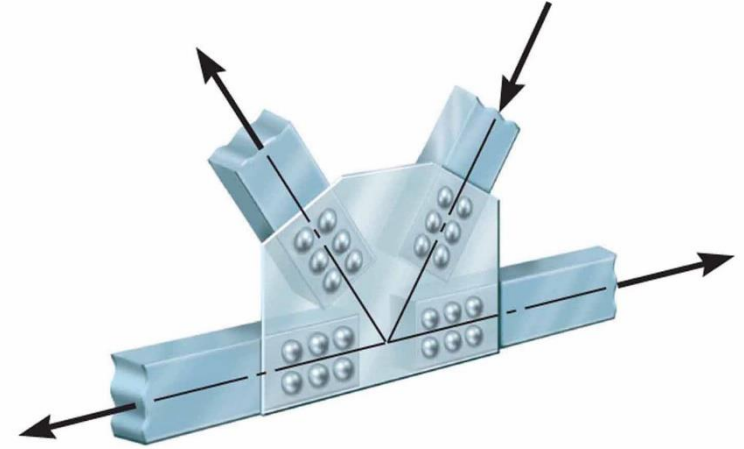
- Bir kafesin elemanları ve düğüm noktaları tasarlanırken, öncelikle her kafes elemanın kuvvetlerinin hesaplanması gerekir. Buna kafesin statik analizi denir. Bu aşamada iki kabul yapılır;
1. Bütün kuvvetler düğümlere uygulanmaktadır. Kafesin ağırlığı genellikle elemanlar tarafından taşınan yüke göre oldukça küçük olduğundan, kafes elemanlarının kendi ağırlıkları genelde ihmal edilir.
  2. Kafes elemanlar birbirine düz yüzeyli sürtünmesiz pimler ile bağlanmaktadır. Elemanların uçlarından civata ile bağlandığı pek çok uygulama pratiğinde bu kabul sağlanır.



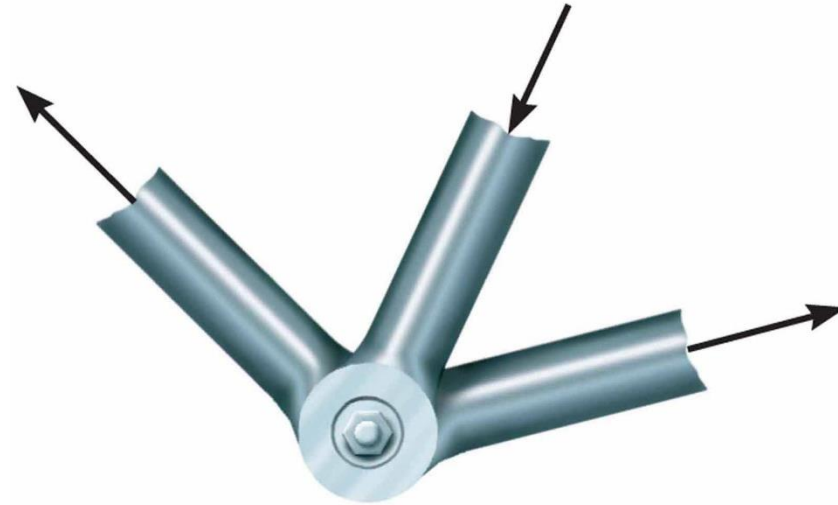
Bu iki kabulle, elemanlar birer pandül (iki-kuvvet elemanı) gibi davranır. Hem çekme hem de basınç yüklerine karşı koyabilirler. Kuvvet, elemanın boyunu uzatmaya çalışıyorsa çekme, kısaltmaya çalışıyorsa basınç kuvvetidir. Basınç elemanları, burkulmalarına engel olmak için genellikle daha kalın yapılıdır.

# Kafes Eleman Bağlantı Türleri

- Kafeslerin düğüm noktaları genellikle perçinlerle veya kaynaklı olarak oluşturulur. Elemanlar bayrak levhası ismi verilen ortak bir plaka üzerine monte edilirler. Böylece aynı noktadan geçen kuvvetler sistemi oluşturulur.
- Çelik yapılarda bulon (cıvata), perçin veya kaynak sıklıkla kullanılan bağlantı yöntemleridir.



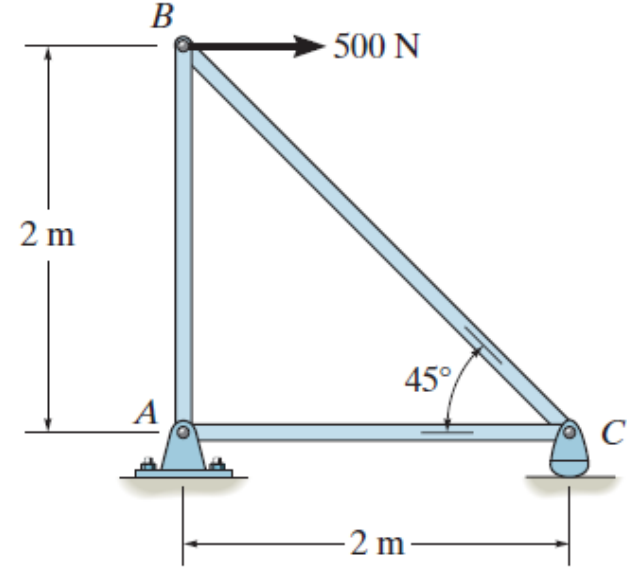
Bayrak levhası üzerinde birleşim



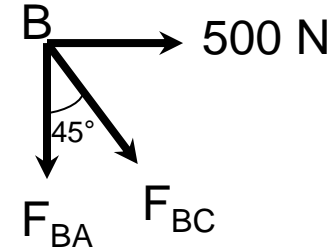
Pimli / cıvatalı birleşim

# Düğüm Noktaları Yöntemi

- Kafes elemanların kuvvetlerini çözmek için düğüm noktaları metodu kullanıldığında, düğüm noktasının-birleşimin (pimin) dengesinden yola çıkılarak düğüm etkiyen tüm kuvvetler SCD üzerinde gösterilir.
- Tüm dış kuvvetler (mesnet reaksiyonları da dahil) ve düğüm noktasına bağlanan elemanlardan gelen kuvvetler düğüm etkilidir.
- Birleşime etkiyen kuvvetleri hesaplamak için denge denklemleri ( $\sum F_x = 0$  ve  $\sum F_y = 0$ ) kullanılır.



Sistem dengede → düğüm noktaları dengede



B noktasının serbest cisim diyagramı  
(tüm çubuklar çekme çubuğu kabulü)



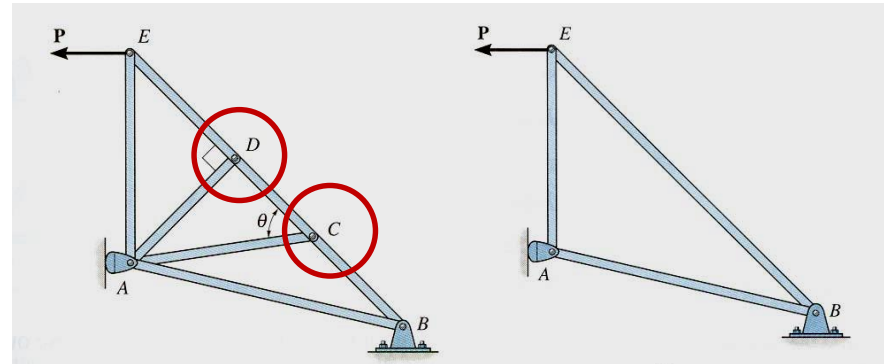
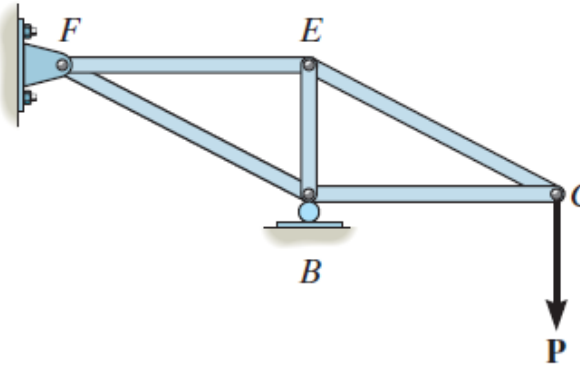
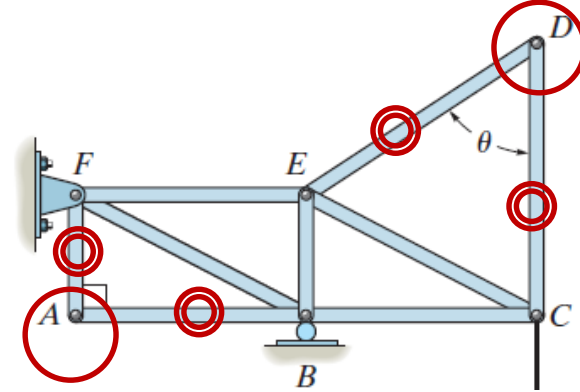
# Düğüm Noktaları Yöntemi

İşlem adımları;

1. Eğer kafesin mesnet reaksiyonları verilmemişse, tüm kafesin SCD'sini çiz ve mesnet reaksiyonlarını hesapla (düzlem sorularda skaler denge denklemleri kullanarak).
2. Bir veya iki bilinmeyene sahip düğüm noktalarının serbest cisim diyagramını çiz. Bilinmeyen tüm eleman kuvvetlerinin çekme yönünde etkidiğini varsay (düğüm noktasını çekiyor).
3. Bilinmeyenleri bulmak için skaler denge denklemlerini uygula,  $\sum F_x = 0$  ve  $\sum F_y = 0$ . Eğer cevap pozitifse, bu durumda başta kabul edilen kuvvet yönü (çekme) doğrudur. Aksi takdirde, yani negatifse, bu durumda yönü tersine çevir (basınç). Bu tür elemana "basınç çubuğu" adı verilir.
4. Bütün eleman kuvvetleri bulununcaya kadar her düğüm noktası için 2. ve 3. adımları tekrarla.

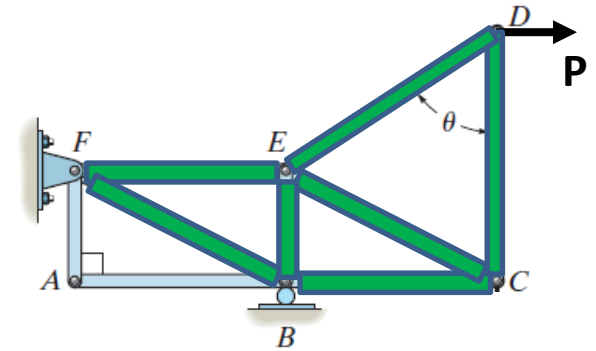
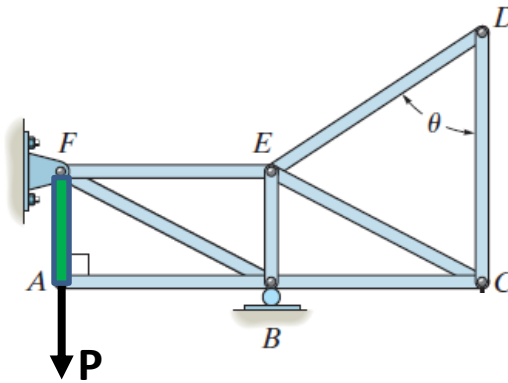
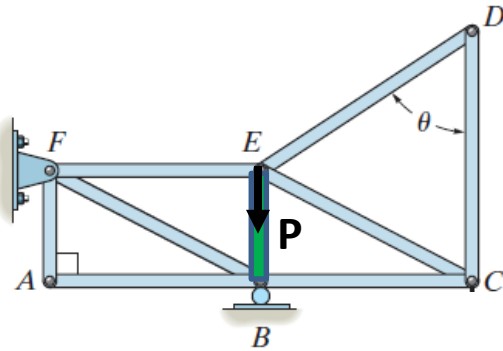
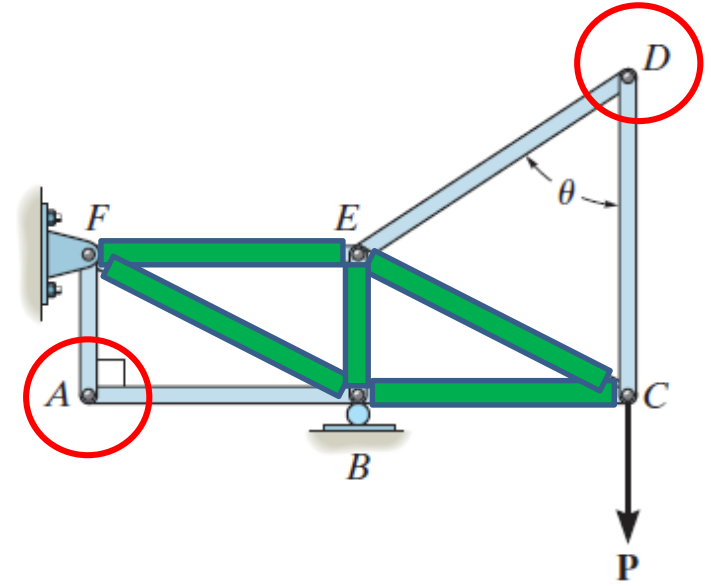
# Sıfır Çubuklarının Tespiti

- Eğer bir düğüm noktasına, farklı doğrultuda yalnızca iki eleman bağlıysa ve herhangi bir dış kuvvet veya mesnet reaksiyonu etkimiyorsa, bu durumda bu iki eleman birer sıfır kuvvet çubuğudur. Bu örnekte DE, DC, AF ve AB elemanları sıfır kuvvet çubuğudur. D ve A düğümlerine denge denklemlerini uygulayarak bunu kolayca gösterebilirsiniz. Kafes analiz edilirken sıfır kuvvet çubukları (yandaki şekilde görüldüğü gibi) sistemden çıkarılabilir.
- Eğer bir düğüm noktasına üç kafes elemanı bağlıysa, bunlardan ikisi aynı doğrultudaysa ve bu düğüm üzerine dış yük ya da reaksiyon kuvveti etkimiyorsa aynı doğrultuda olmayan üçüncü eleman sıfır kuvvet elemanıdır.
- Sıfır çubukları sistemin stabilitesini ve rijitliğini arttırmak, çeşitli yükleme durumlarında destek elemanı olarak kullanılır.



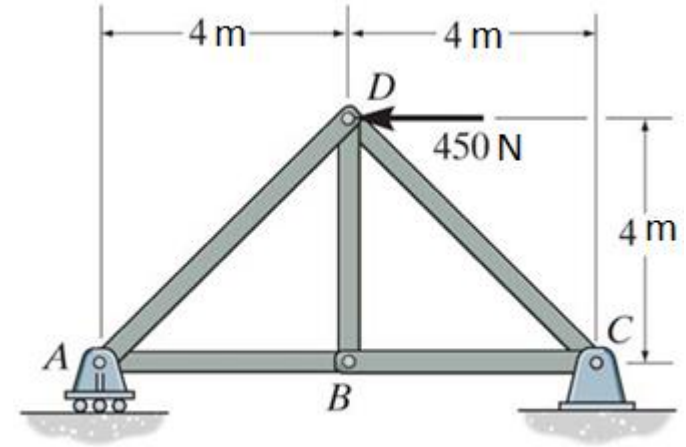
# Sıfır Çubuklarının Tespiti

- Farklı yükleme durumlarında sıfır kuvvet çubuklarının sayısı artabilir, yeri değişebilir.
- Eğer sistem üzerinde hiç dış yük yoksa bütün elemanlar sıfır kuvvet çubuğu durumuna gelir.



# ÖRNEK-1

- **Soru:** Şekildeki yükleme altında olan kafesin çubuk kuvvetlerini bulunuz.
- **Çözüm:**
  1. Sıfır kuvvet elemanı olup olmadığını kontrol et,
  2. Önce D sonra A düğüm noktasını analiz et,
  3. BD elemanının sıfır kuvvet çubuğu olduğuna dikkat et,  $F_{BD} = 0$
  4. Bu problem özelinde, problemi çözmeden önce mesnet reaksiyonlarını bulmak gerekmiyor (DB sıfır çubuğu olduğundan D noktasında iki bilinmeyen DA ve DC çubuğu için iki denklem yazılabilir).



D noktası için

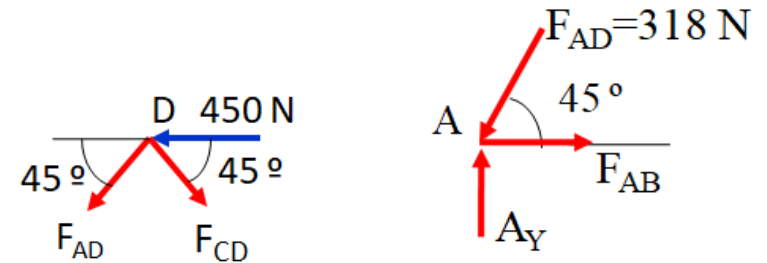
$$+ \rightarrow \sum F_x = -450 + F_{CD} \cos 45^\circ - F_{AD} \cos 45^\circ = 0$$

$$+ \uparrow \sum F_y = -F_{CD} \sin 45^\circ - F_{AD} \sin 45^\circ = 0$$

$$F_{CD} = 318 \text{ N (Çekme) veya (Ç)}$$

$$F_{AD} = -318 \text{ N} \Rightarrow F_{AD} = 318 \text{ N (Basınç) veya (B)}$$

$$\text{A noktası için } + \rightarrow \sum F_x = F_{AB} - 318 \cdot \cos 45^\circ = 0; \quad F_{AB} = 225 \text{ N (Ç)}$$



D piminin SCD'si

A piminin SCD'si

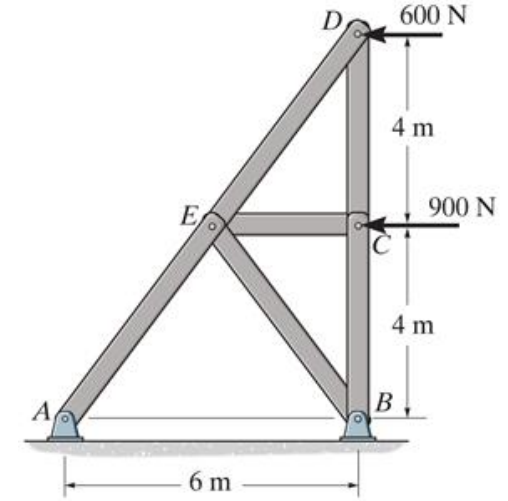
( $F_{AD} = -318 \text{ N}$  idi)

## ÖRNEK-2

- **Soru:** Şekildeki yükleme altında olan kafesin çubuk kuvvetlerini bulunuz.

- **Çözüm:**

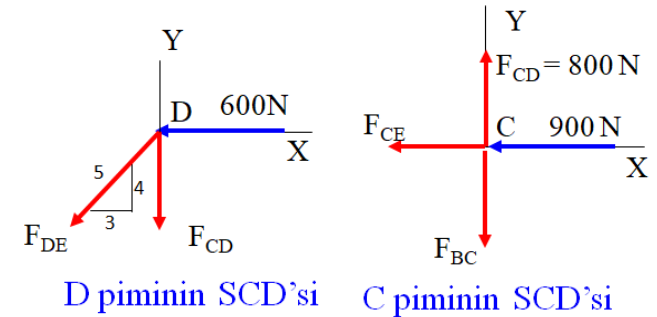
1. Sıfır çubuğu olup olmadığını kontrol edilir.
2. D, C ve E pimlerinin SCD'si çizilir ve sonra bilinmeyenleri bulmak için bu pimplere denge denklemleri uygulanır.



D piminin analizi:

$$\rightarrow + \sum F_X = -F_{DE} (3/5) - 600 = 0 \quad F_{DE} = -1000 \text{ N (B)}$$

$$\uparrow + \sum F_Y = -(-1000 (4/5)) - F_{CD} = 0 \quad F_{CD} = 800 \text{ N (Ç)}$$



C piminin analizi:

$$\rightarrow + \sum F_X = -F_{CE} - 900 = 0 \quad F_{CE} = -900 \text{ N (B)}$$

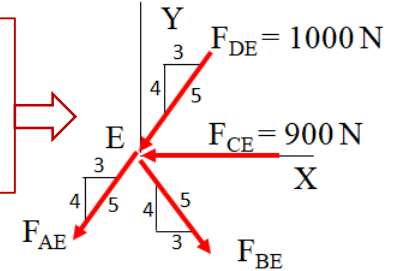
$$\uparrow + \sum F_Y = 800 - F_{BC} = 0 \quad F_{BC} = 800 \text{ N (Ç)}$$

E piminin analizi:

$$\rightarrow + \sum F_X = -F_{AE} (3/5) + F_{BE} (3/5) - 1000 (3/5) - 900 = 0 \quad F_{AE} = -1750 \text{ N (B)}$$

$$\uparrow + \sum F_Y = -F_{AE} (4/5) - F_{BE} (4/5) - 1000 (4/5) = 0 \quad F_{BE} = 750 \text{ N (Ç)}$$

Basınç çubuğu olduğu tespit edilen  $F_{DE}$  basınç şeklinde, bilinmeyenler çekme şeklinde gösterildi



E piminin SCD'si

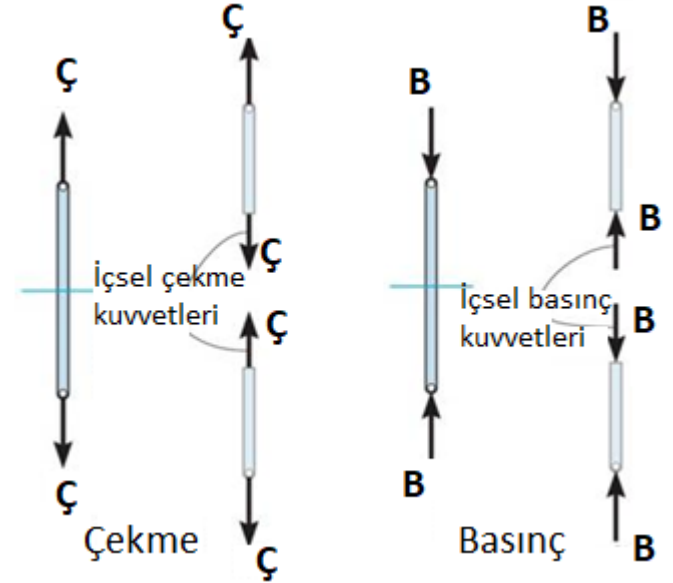
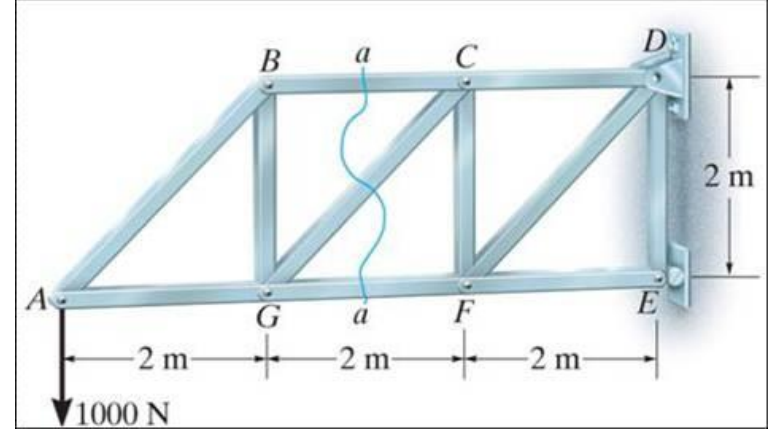
# Kesit Yöntemi

- Uzun kafesler genellikle büyük vinçleri, büyük elektrik iletim kulelerini, uzun köprüleri inşa etmek için kullanılır.
- Büyük bir kafesin ortasındaki bir elemanın kuvveti bulunacaksa, düğüm noktaları yöntemi ile önce çok sayıda düğüm noktasının analizi gerekir.
- Kesit yöntemi ile tüm çubukların kuvvetlerini bulmaya gerek kalmaz. İstenen çubukların kuvveti daha pratik şekilde hesaplanabilir.



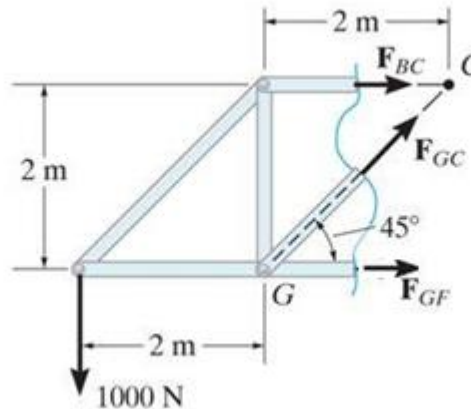
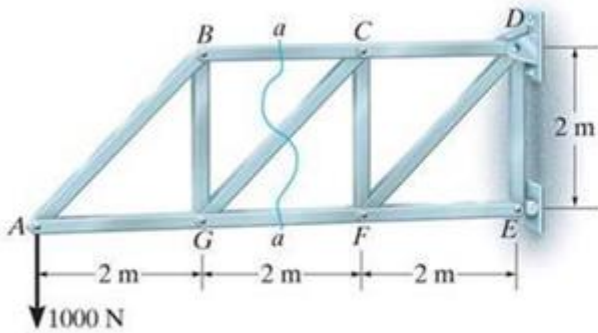
# Kesit Yöntemi

- Kesit yönteminde, kafesin üzerinden geçen hayali bir kesit sayesinde (burada a-a kesiti) kafes iki parçaya bölünür.
- Kafes elemanlar sadece uzunlukları boyunca etkiyen çekme veya basınç taşıdıklarından, kesilen elemanlardaki iç kuvvetler de yine göz önüne alınan kafes parçasının SCD'sinde dış kuvvetler olarak gösterilecektir. Bu sonuç denge prensibi ve Newton'un ikinci yasasına dayanır.

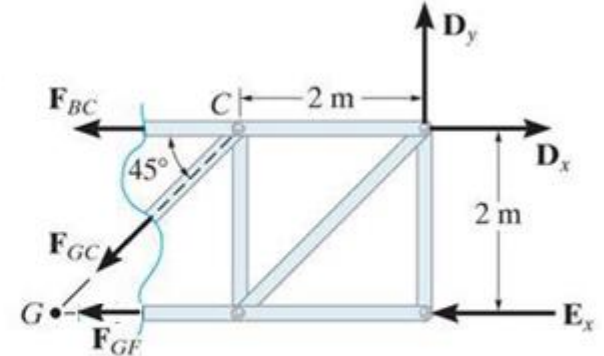


# Kesit Yöntemi

1. Kafesin nasıl “kesilmesi” gerektiğine karar verilir. Bu a) iç kuvvetin nerede hesaplanacağına ve b) toplam bilinmeyen sayısının üçün altında kalmasını sağlayacak (genellikle) kesite bağlıdır.
2. Kesilen kafesin hangi tarafı ile çalışmanın daha kolay olacağına karar verilir (dış kuvvet sayısının en az olduğu seçenek)
3. Gerekliyse, tüm kafesin SCD’sini çizilerek ve denge denklemleri uygulanarak ihtiyaç duyulan mesnet reaksiyonları hesaplanır.
4. Seçilen kafes parçası için SCD çizilir. Kesilen elemanlardaki bilinmeyen kuvvetlerin belirtilmesi gerekir. Düğüm noktası yönteminde olduğu gibi, ilk olarak tüm elemanların çekme çubuğu olduğu kabul edilir. Eğer sonuç negatifse, eleman aslında basınç çubuğu demektir.
5. Bilinmeyen eleman kuvvetlerini bulmak için kafesin seçilen parçası üzerine skaler denge denklemlerini uygulanır. Çoğu durumda bilinmeyenlerden birini doğrudan bulmak için tek denklem yazmak yeterlidir. Öncelikle bu tip bir denklem aranır. (örn: sol parçada  $\Sigma M_C=0$  ile  $F_{GF}$  bulunur).



Sol parça



Sag parça



## ÖRNEK-3

- **Soru:** Şekildeki yükleme altındaki kafeste KJ, KD ve CD çubuk kuvvetlerini tespit ediniz.
- **Çözüm:**
  1. KJ, KD ve CD çubukları boyunca kafes kesilir.
  2. Kesilen kafesin sol parçası ile çalışılır (bilinen fazla).
  3. A'daki mesnet reaksiyonunu hesaplanır.
  4. İstenen çubuk kuvvetlerini bulmak için denge denklemleri kurulur.

A'da reaksiyonu bulmak için tüm kafes analiz edilirse,  
 $\sum F_x = A_x = 0$ .

A<sub>y</sub>'nin bulunması için G'de moment dengesi yazılırsa,

$$\sum M_G = A_y (12) - 20 (10) - 30 (8) - 40 (6) = 0; \quad A_y = 56.7 \text{ kN}$$

D noktası etrafında moment alınır;

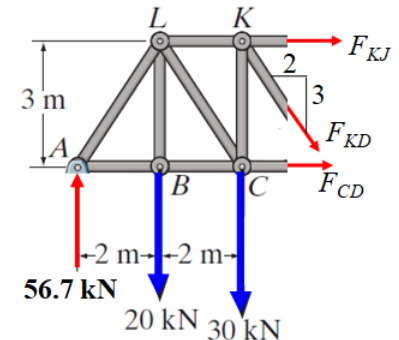
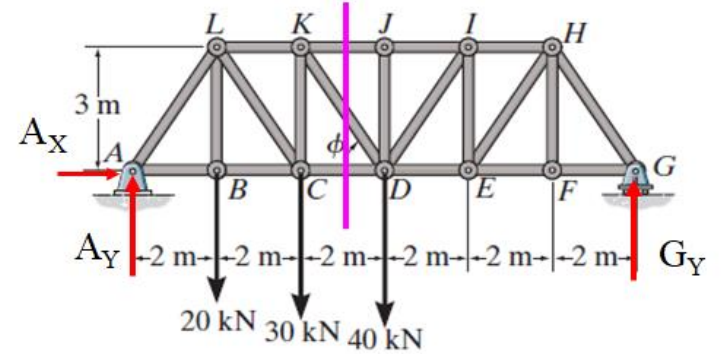
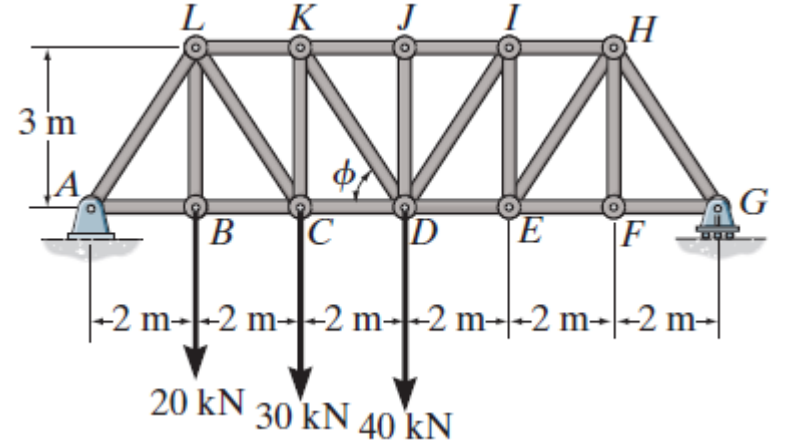
$$\downarrow + M_D = -56.7 (6) + 20 (4) + 30 (2) - F_{KJ} (3) = 0$$

$$F_{KJ} = -66.7 \text{ kN veya } 66.7 \text{ kN (B)}$$

x ve y doğrultusundaki denge denklemler yazılırsa,

$$\uparrow + \sum F_y = 56.7 - 20 - 30 - (3/\sqrt{13}) F_{KD} = 0; \quad F_{KD} = 8.05 \text{ kN (Ç)}$$

$$\rightarrow + \sum F_x = (-66.7) + (2/\sqrt{13}) (8.05) + F_{CD} = 0; \quad F_{CD} = 62.2 \text{ kN (Ç)}$$



## ÖRNEK-4

- **Soru:** Şekildeki yükleme altındaki kafeste ED, EH ve GH çubuk kuvvetlerini bulunuz.

- **Çözüm:**

$$\left( + \sum M_A = -F_y (4) + 40 (2) + 30 (3) + 40 (1.5) = 0; \quad F_y = 57.5 \text{ kN} \right.$$

Sol parça analiz edilirse;

$$\left( + \sum M_E = -57.5 (2) + F_{GH} (1.5) = 0; \right.$$

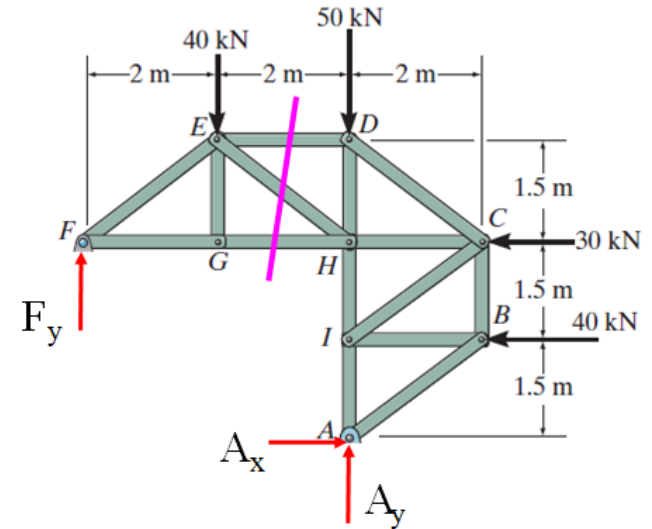
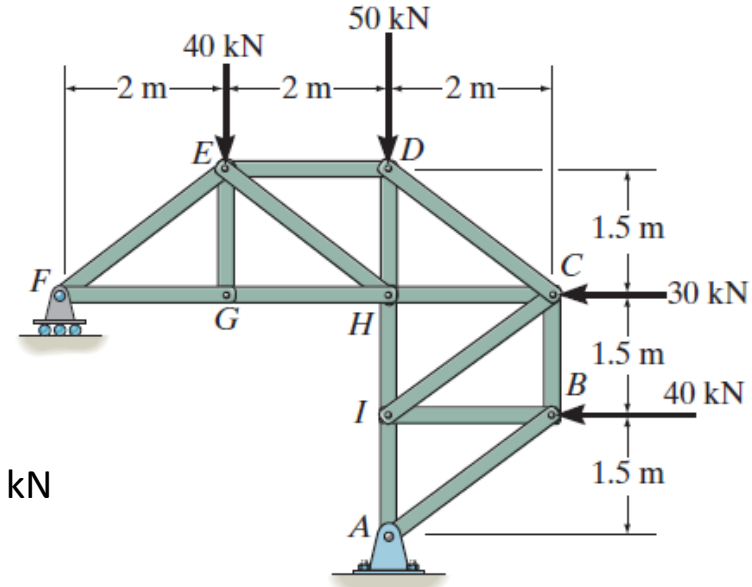
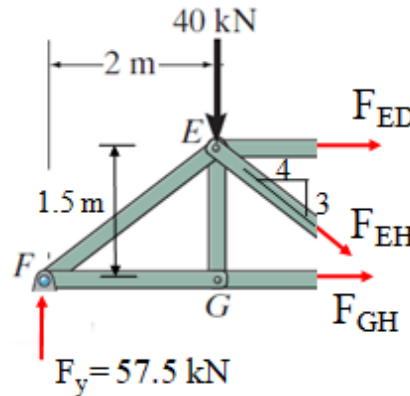
$$F_{GH} = 76.7 \text{ kN (Ç)}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 57.5 - 40 - F_{EH} (3/5) = 0;$$

$$F_{EH} = 29.2 \text{ kN (Ç)}$$

$$\left( + \sum M_H = -57.5 (4) + 40 (2) - F_{ED} (1.5) = 0; \right.$$

$$F_{ED} = -100 \text{ kN} = 100 \text{ kN (B)}$$



***Faydalanılan kaynaklar:***

Mühendislik Mekaniği - Statik, R.C. Hibbeler, S.C. Fan

(Mühendislik Mekaniği – Statik’in Pearson yayınevi tarafından hazırlanan İngilizce sunumları)

kisi.deu.edu.tr/serkan.misir – statik ders notları

www.matu.com.tr Konak Pier fotoğrafı.

<http://beta.trekearth.com/gallery/photo122002.htm> Seref Bilgi – Konak Pier fotoğrafı.

<https://www.grafimx.com/photo/10136> Edirne Tren Köprüsü Merih Akyol