

STATİK

(MADEN MÜHENDİSLİĞİ)

Dr. Öğr. Üyesi Çağlar YALÇINKAYA

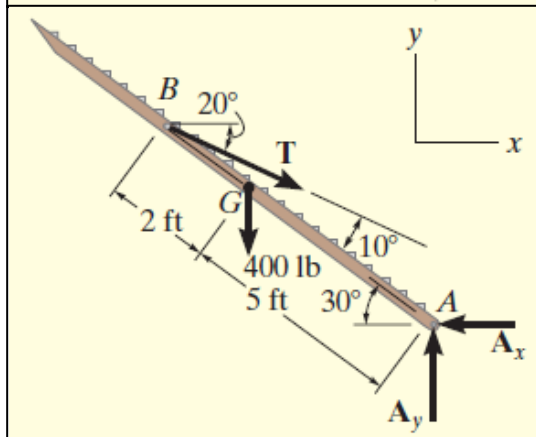
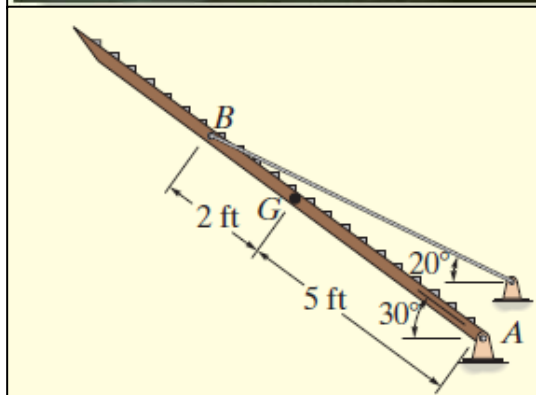
(Dokuz Eylül Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü)

Ders notları için: www.caglaryalcinkaya.com

RİJİT CİSMİN DENGESİ VE SERBEST CİSİM DİYAGRAMLARI

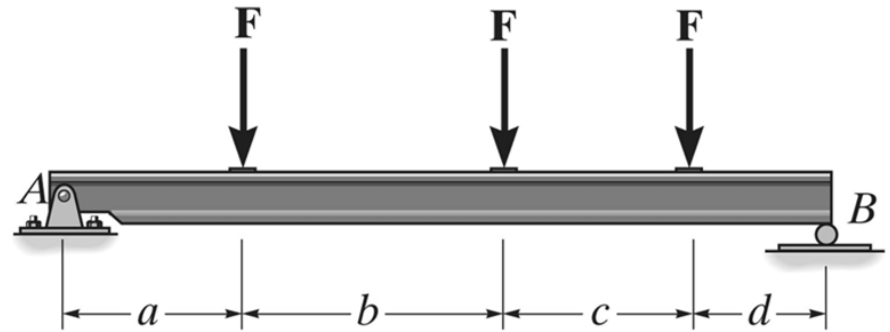
•Tırın bir rampası 400 lb ağırlığındadır. Bu rampa tırın arkasına pimlerle tutturulmuş ve bir kablo ile olduğu pozisyonda tutulmaktadır. Kablodaki gelişen çekme kuvvetini ve mesnetteki reaksiyonları nasıl hesaplarız?

•Yan tarafta idealize edilmiş model ve bu modele ait serbest cisim diyagramı (SCD) sunulmaktadır.



Rijit cismin dengesi ve serbest cisim diyagramları

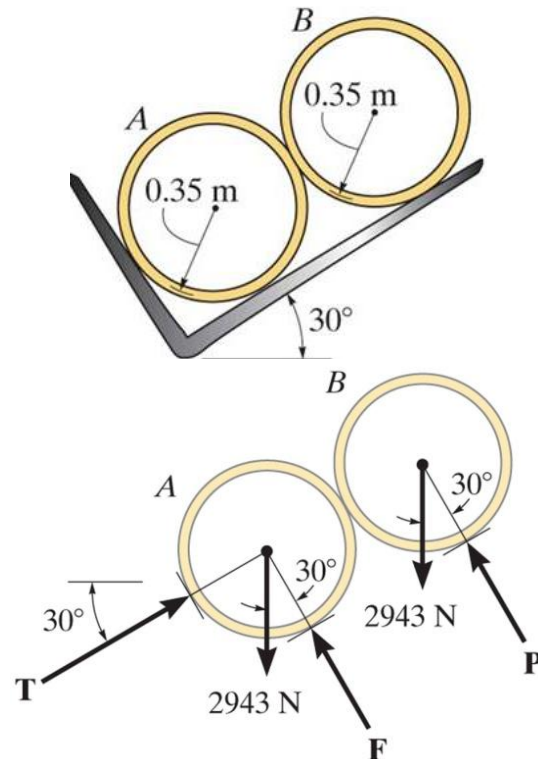
- Yandaki çelik kiriş üç çatı birleşimini desteklemek için kullanılmaktadır. A noktasındaki civatalı bir birleşim, yalnızca yükleme sonrasında oluşan küçük dönmelere izin verecektir. Civatalı olarak duvara sabitlendiğinden yatay ve dikey harekete izin vermemektedir. Bu sebeple bu mesnet bir sabit mesnet olarak değerlendirilebilir.
- B noktasındaki mesnet ise kirişin yatay hareketine karşı koymamaktadır. Bu sebeple hareketli (kayıcı) mesnet olarak idealize edilebilir.



Rijit cismin dengesi ve serbest cisim diyagramları

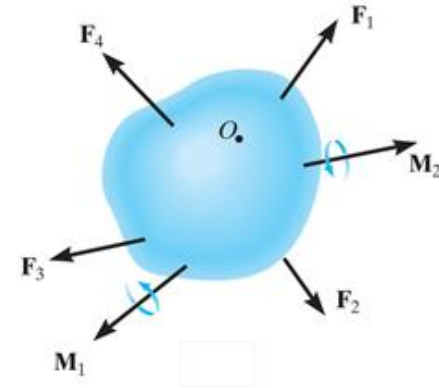
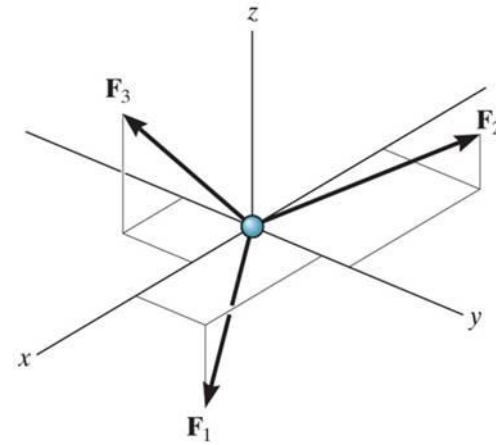


- Her biri 300 kg kütleli plastik borular, yükleyicinin çatal dişleri ile desteklenerek iş makinesi tarafından kaldırılmıştır. Gelişen reaksiyonları nasıl hesaplayabiliriz? İdealize edilmiş modeli ve SCD'yi kullanarak çözüme nasıl ulaşırız?



Rijit cismin denge koşulları

- Bir parçacık üzerindeki kuvvetlerden farklı olarak, rijit cisim üzerindeki kuvvetler aynı noktada kesişmeyebilirler ve cisim üzerinde döndürücü etkiye (momentlere) sebep olabilirler.
- Bir rijit cismin dengede olabilmesi için net kuvvet ve rastgele seçilen bir O noktasındaki net moment sifıra eşit olmalıdır.
- Bir cisme etki eden kuvvetler ve momentler, cismin herhangi bir O noktasında eşdeğer bir bileşke kuvvet ve moment çiftine indirgenebilir. Bu bileşke kuvvet ve moment çiftinin ikisi de sifıra eşitse, cismin dengede olduğu söylenebilir.

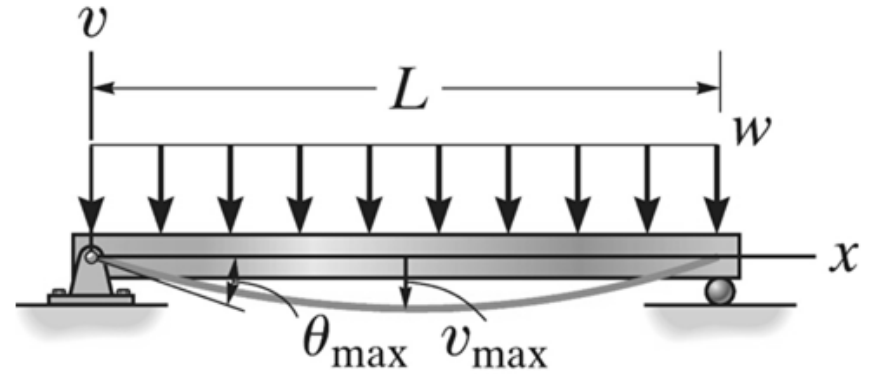


$$\sum \mathbf{F} = 0 \text{ (ötelenme yok)}$$

$$\text{Ve } \sum \mathbf{M}_O = 0 \text{ (dönme yok)}$$

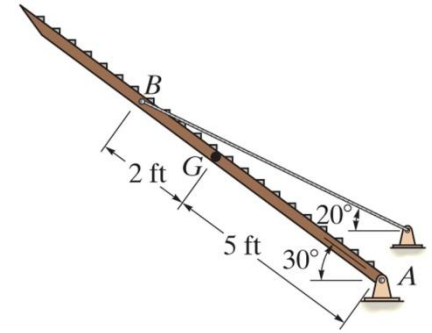
Rijit cismin denge koşulları

- Denge denklemleri yazılırken, cismin rijit kalarak deformasyon gerçekleştirmediği kabul edilir. Gerçekte ise elik, betonarme gibi oldukça rijit olan malzeme ve kompozitler dahi az da olsa deformasyon gösterir. Şekil değiştirmeleri, cismin geometrisi yanında kuuk olacağından bu kabul tutarlıdır.
- Cisim Şekil değiştirse bile, bu Şekil değişiminin kuvvetlerin doğrultusunu ve moment kollarını sabit bir referans eksene göre değiştirmediği kabul edilir ve kuvvetlerin yönleri, cismin deforme olmuş haline göre güncellenmez.

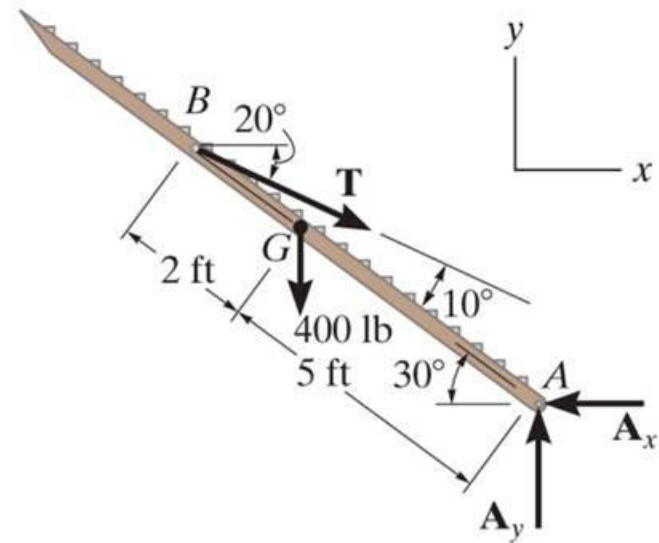


Rijit cismin dengesi ile ilgili problemlerin çözüm aşamaları

•Gerçek fiziksel sistemi analiz ederken, yukarıda dağdaki gibi bir idealize edilmiş bir model oluşturulmalıdır.



•Ardından bu idealize model üzerinde tüm dış kuvvetleri (etkiyen ve tepkiyen) gösteren serbest cisim diyagramı (SCD) çizilir. SCD, problemleri çözmeden önce ilk yapmamız gereken iştir.

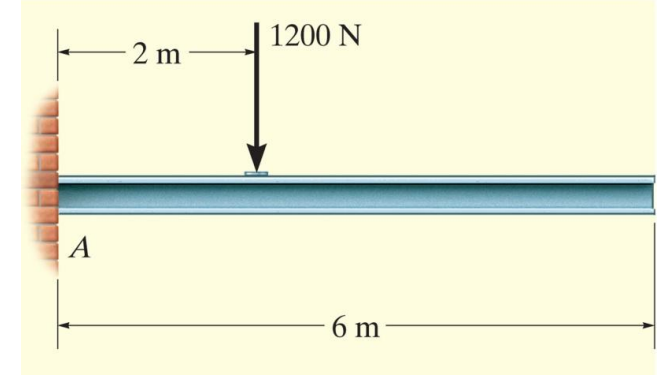


Rijit cismin denge koşulları

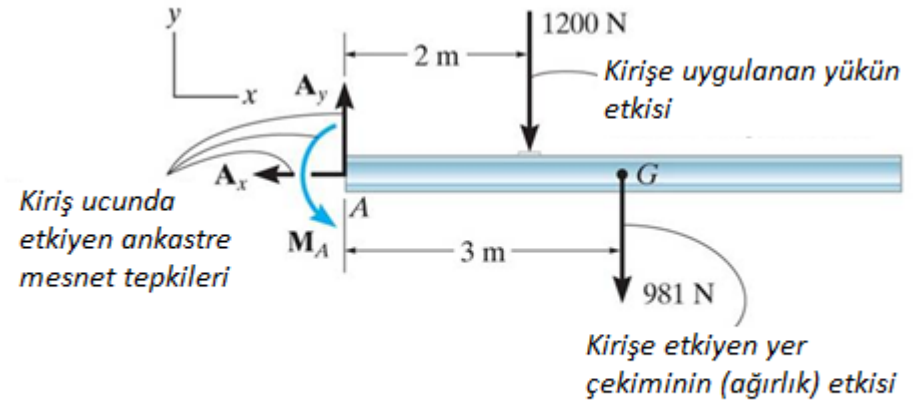
- Cismin genel hatlarını gösteren bir şekil çizilir.
- Cismi sabitleyen bağlardan kurtarıldığını varsayarak bu çizim tamamlanır.
- Tüm dış kuvvetleri ve momentleri gösterilir. Bunlar;

- a) uygulanan yükler,
- b) mesnet reaksiyonlar,
- c) cismin ağırlığı (ihmal edilmiyorsa).

- Ölçüler işlenir. Bilinen tüm kuvvetler ve momentler büyüklüğü ve yönü ile gösterilir. Bilinmeyen kuvvetler ve momentler için A_x , A_y , M_A gibi harfler kullanılır.



İdealize edilmiş model

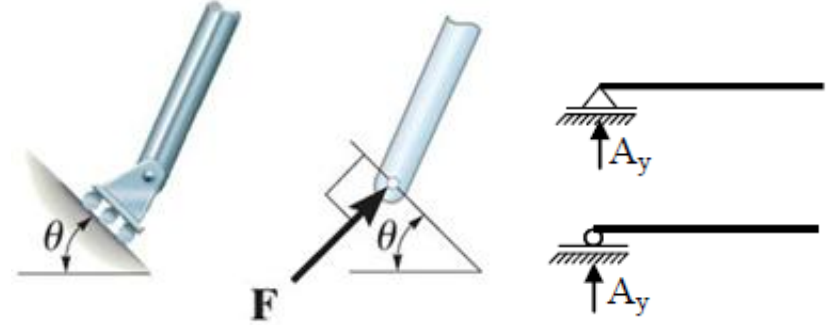


SCD

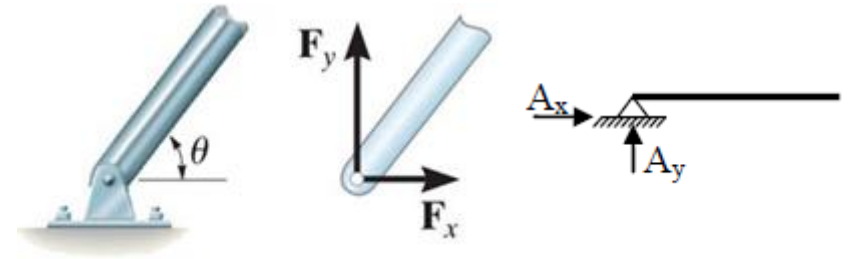
İki boyutta mesnet reaksiyonları

- En çok kullanılan mesnetlere dair detaylar sağdaki çizimlerde verilmektedir. Mesnetlerin farklı bir çok gösterimi olduğu unutulmamalıdır.
- Eğer bir mesnet verilen bir yön için cismin ötelenmesini engelliyorsa, bu durumda cisim üzerinde ters yönde bir mesnet kuvveti oluşturur.
- Benzer olarak, eğer mesnet dönmeyi engelliyorsa, cismin üzerinde ters yönde bir mesnet momenti oluşturur.
- Mesnet reaksiyonlarının sistemi dengede tutmaya çalışacak şekilde yönlene kuvvetler olduğuna dikkat ediniz!

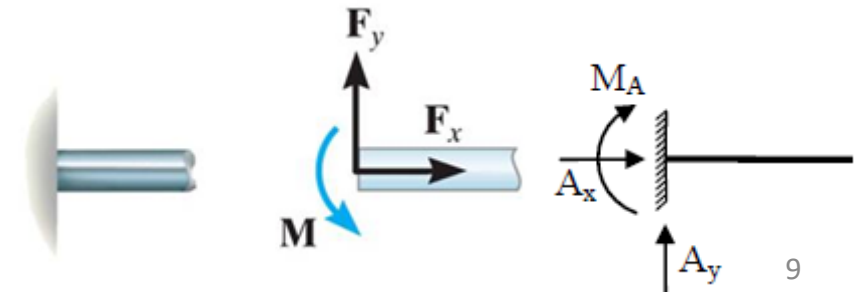
Hareketli (kayar) mesnet



Sabit mesnet

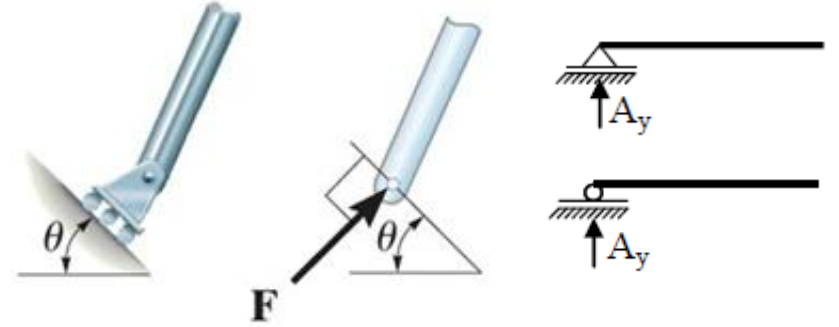


Ankastre mesnet



Hareketli mesnet

- Hareketin engellendiği yöne ters yönde mesnet reaksiyonu/kuvveti oluşur. Kuvvet, mesnetten çubuğa doğru etkiyor olarak gösterilir.
- Mesnet serbestçe dönebildiđi için ve yatay yönde serbestçe hareket edebildiđi için serbest olduğu yönlerde mesnet reaksiyonu oluşturmaz.
- Bu mesnet rahatça dönebildiği için, yani yükler altında dönmeye göğüs germediği için bir moment taşımaz. Bu sebeple mesnet reaksiyonu çizilirken moment yoktur.

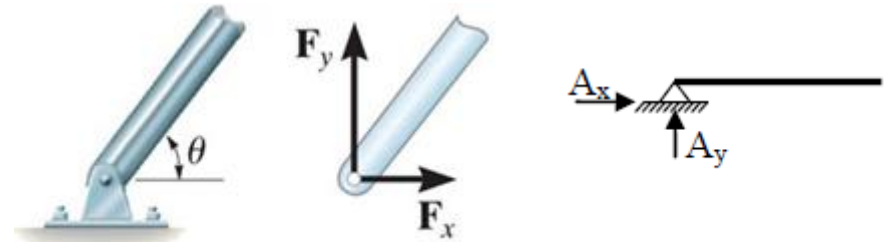


Hareketli (kayar) mesnet



Sabit mesnet

- Bu bağlantılar F kuvveti etkisiyle kirişin herhangi bir açı doğrultusunda hareketini engeller, böylece mafsal kirişe bu doğrultuda ama ters yönde bir F kuvveti uygular.
- Analiz için F kuvveti x ve y bileşenlerine ayrılır. Bu tür mesnetler, içerdiği mafsal sayesinde serbestçe döner, moment taşımaz.
- Mafsal içeren birleşimler de bu sebeple moment aktarmaz.

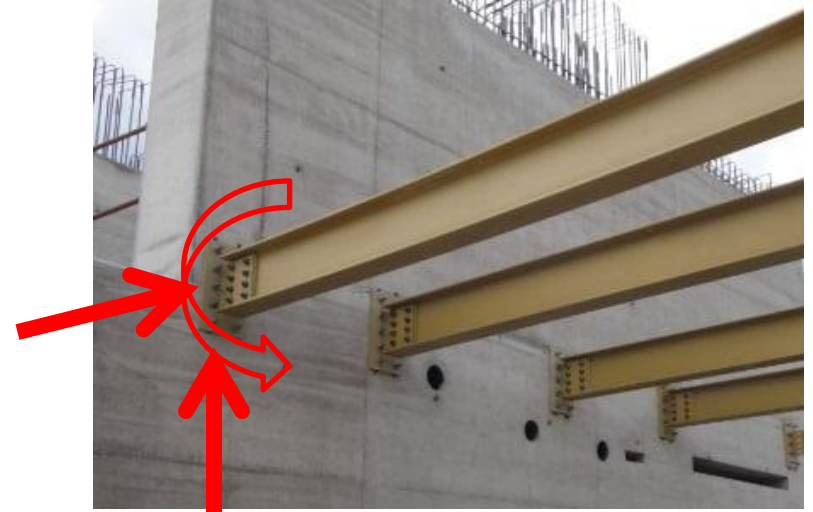
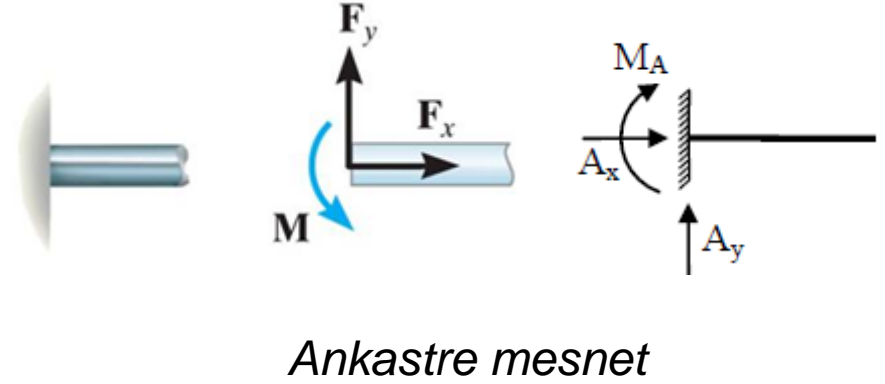


Sabit mesnet



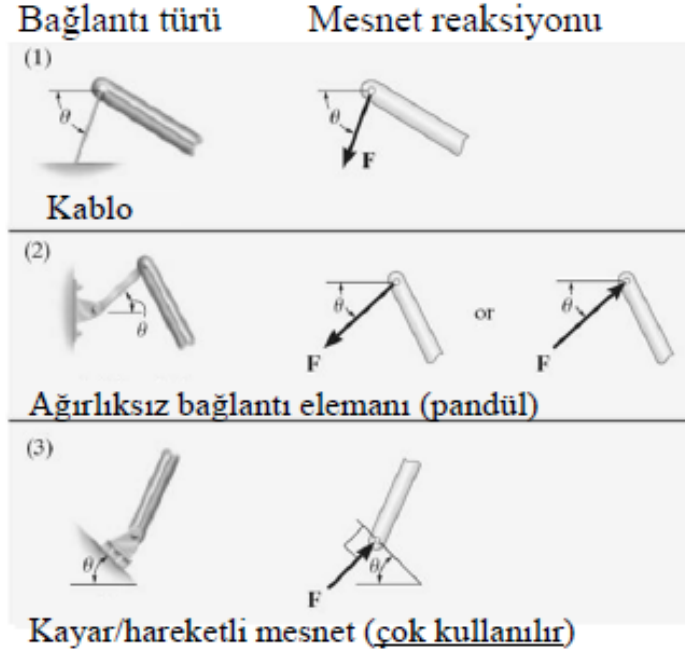
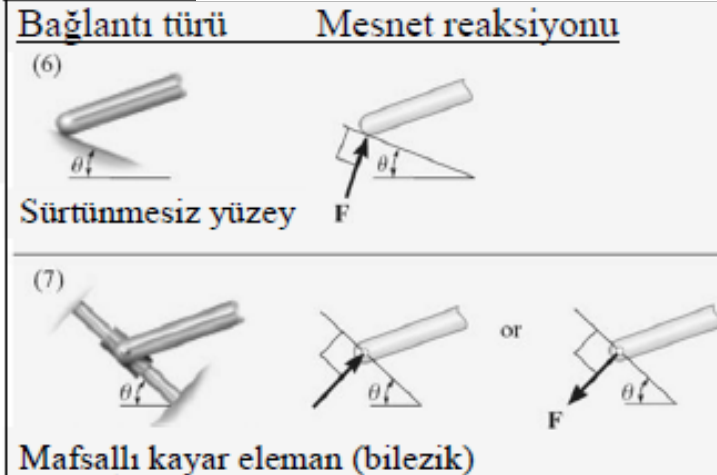
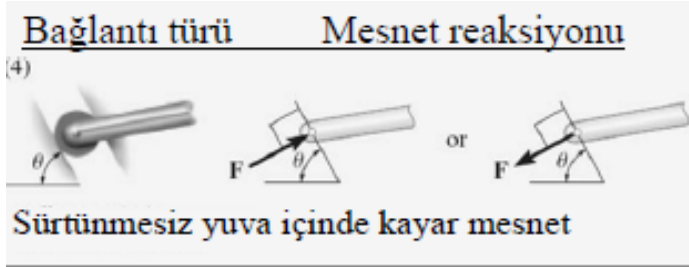
Ankastre mesnet

- En sınırlayıcı mesnettir. Ankastre mesnet, kirişin x ve y yönlerindeki hareketini engellediği gibi dönmesine de izin vermez.
- Bu durumda mesnet x ve y yönlerinde mesnet kuvvetleri ve z eksenini etrafında mesnet momenti oluşur.
- Sağdaki çelik kiriş bir betonarme duvara çok sayıda bulon ile sıkı sıkıya sabitlenmiştir. Bu durumda kirişin ağırlığı ve üzerine gelen diğer yükler, ankastre mesnette x ve y doğrultularında kuvvetler ve z eksenini etrafında bir moment yaratır. Momentin oluşmasının sebebi, ankastre mesnetin dönmeye izin vermemesidir (moment taşımak zorundadır).




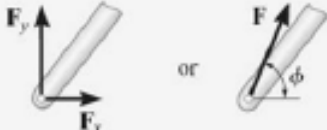




Diğer bağlantı türleri ve mesnet reaksiyonları

- Mühendislik elemanının yapısına göre çok farklı mesnet ve birleşim türleri mevcuttur.
- Mesnetlerde reaksiyonların nasıl geliştiğini anlamaya çalışmamız gerekir.



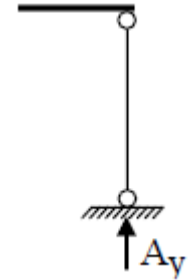
Diğer bağlantı türleri ve mesnet reaksiyonları

- Mühendislik elemanının yapısına göre çok farklı mesnet ve birleşim türleri mevcuttur.
- Mesnetlerde reaksiyonların nasıl geliştiğini anlamaya çalışmamız gerekir.

Bağlantı türü	Mesnet reaksiyonu
(8) 	
Sabit mesnet (<u>mafsal, çok kullanılır</u>)	
(9) 	
Kayar ankastre mesnet	
(10) 	
Ankastre mesnet (<u>çok kullanılır</u>)	



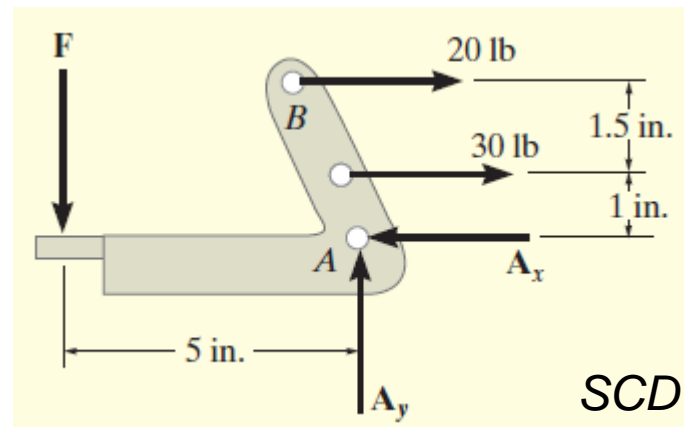
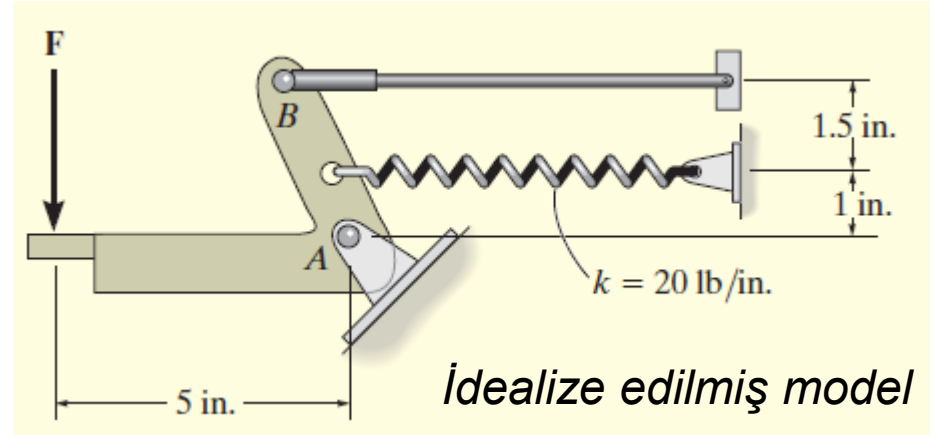
Köprü kirişlerinin yerleştirilmesi
(Basit Mesnet)



Pandül ayak (Yer: Göbeklitepe)

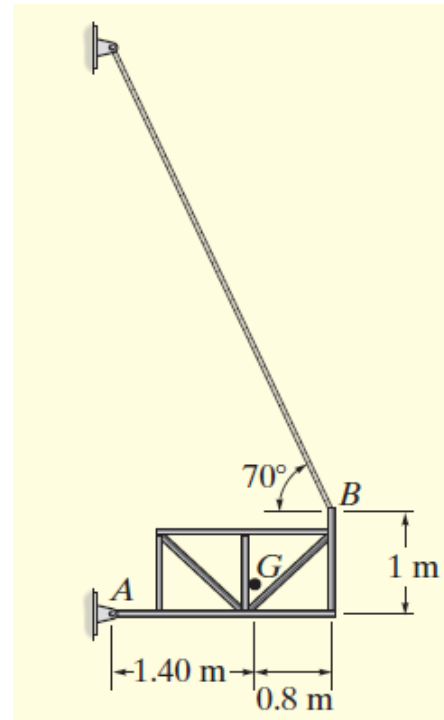
İdealize edilmiş model ve SCD çizilmesi

- Aracın operatörü pedala düşey bir kuvvet uyguladığında, yay 1,5 in. uzamış ve B'deki kısa çubuk üzerinde 20 lb kuvvet oluşmuştur.

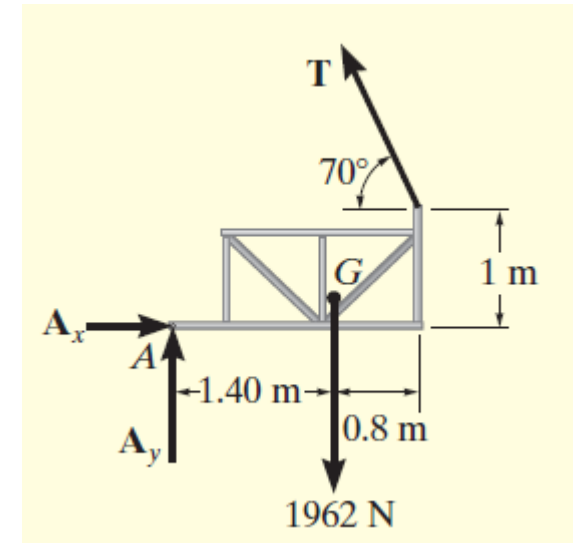


İdealize edilmiş model ve SCD çizilmesi

- Boş durumdaki platform, petrol kulesinin kenarına asılmış haldedir. Platformun kütlesi 200 kg'dır.



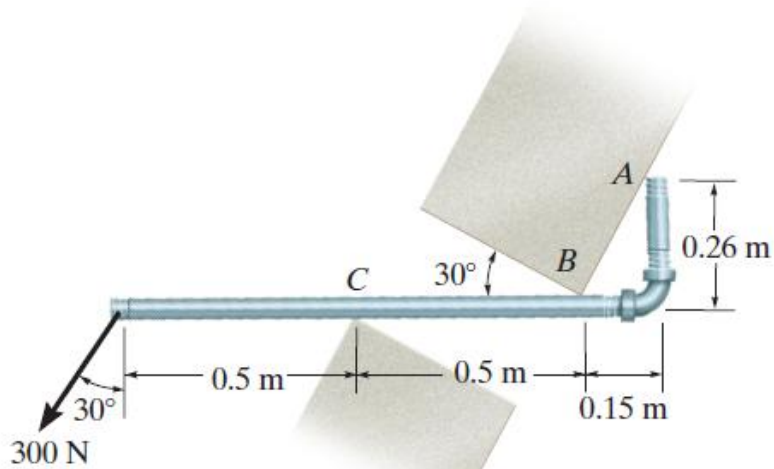
İdealize edilmiş model



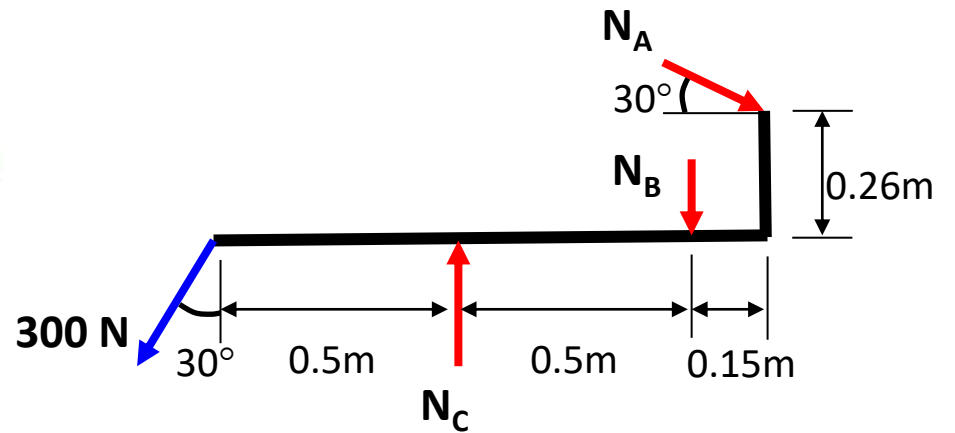
SCD

İdealize edilmiş model ve SCD çizilmesi

- Açıklığın içinden geçen ve açıklığın A, B ve C noktalarına temas eden borunun SCD'sini nasıl çizeriz?



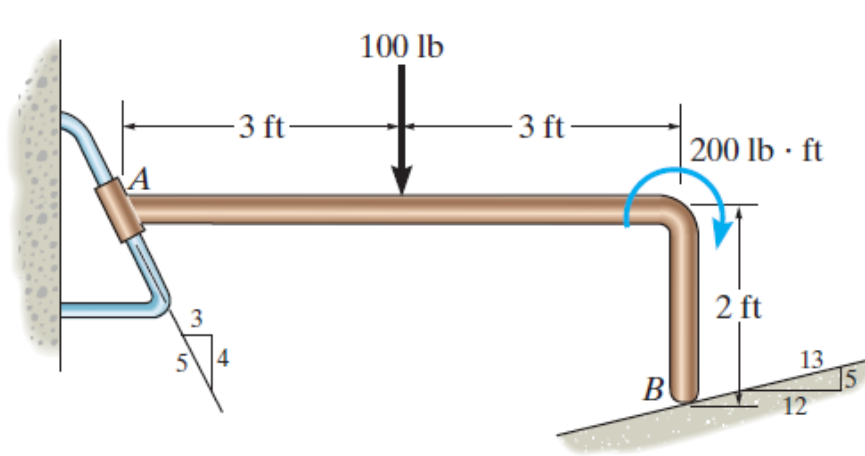
İdealize edilmiş model



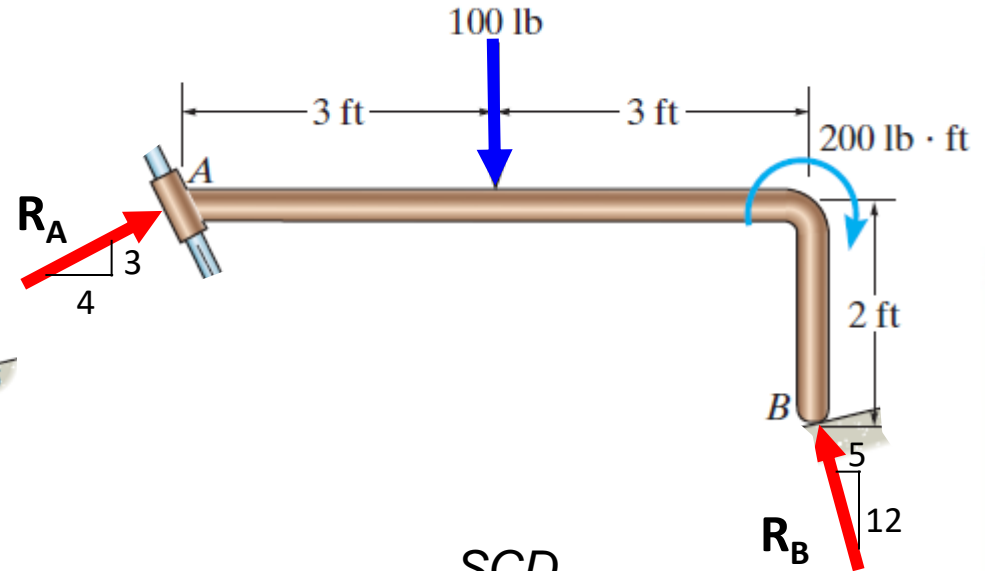
SCD

İdealize edilmiş model ve SCD çizilmesi

- B noktasında düz bir yüzey tarafından taşınan (sadece temas eden) ve A'da duvara tutturulmuş eğimli çubuk üzerinde serbestçe kayabilen bir bilezik ile taşınan çubuğun SCD'sini çizin.



İdealize edilmiş model



SCD

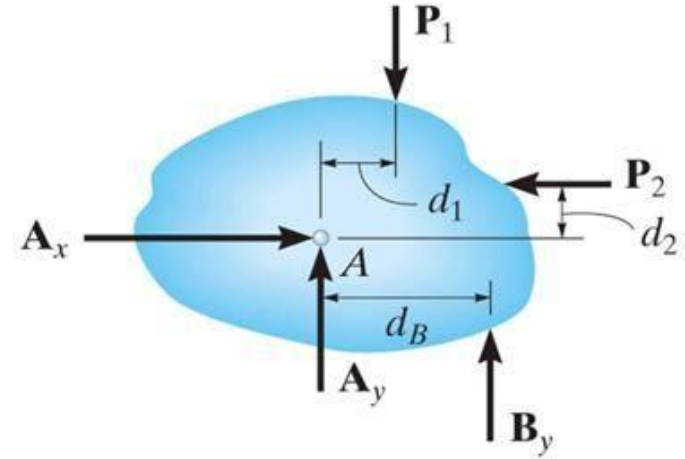
Denge denklemleri

- Bir cisim x-y düzlemin üzerindeki kuvvetlere maruz bırakılmıştır. Eğer dengedeyseniz, cisme etkiyen net kuvvet ve net moment sıfırdır.
- Bu iki boyutlu koşul üç skaler denklem ile gösterilebilir

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_O = 0$$

(Moment için O noktası rastgeledir)

- Bu denge denklemleri, iki boyutlu problemlerin çözümünde en çok kullanılan denklemlerdir.



Problemlerin çözüm aşamaları:

1. Eğer verilmemişse, uygun bir x-y koordinat sistemi belirlenir.
2. Analiz edilecek cismin Serbest Cisim Diyagramını (SCD) çizin.
3. Bilinmeyenleri çözmek için üç denge denklemi (DD) yazılır.

Denge denklemleri (Bazı püf noktaları)

- Eğer bağımsız denge denklemi sayısından daha fazla bilinmeyen varsa, Bu durumda statik olarak çözülemeyen (hiperstatik) bir problemimiz var demektir. Bu tür problemleri sadece statik kavramlarını kullanarak çözemeyiz.
- Denge denklemlerinin uygulanma sırası çözümü kolaylaştırabilir. Örneğin, iki tane bilinmeyen düşey kuvvetimiz ve bir yatay bilinmeyen kuvvet varsa, bu durumda önce $\sum F_x = 0$ denklemini çözmek bu kuvveti kolayca bulmamızı sağlar.
- Eğer bir bilinmeyenin çözümü ile negatif bir sayı bulunuyorsa, bu durumda kuvvetin yönünün, problemin başlangıcında ilgili kuvvet için kabul ettiğimiz yönün tersine olduğunu anlarız.

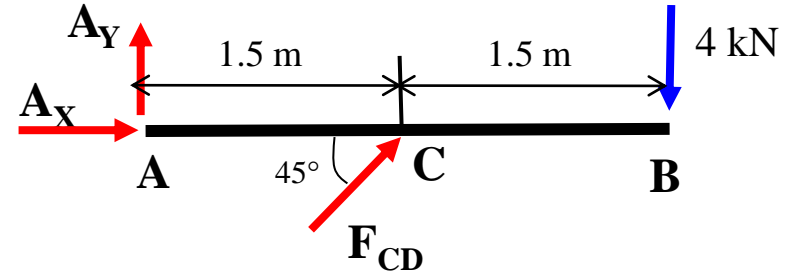
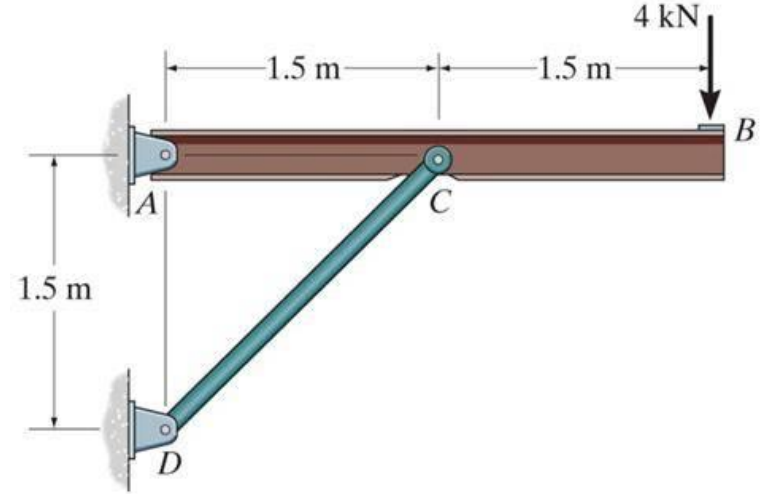
HİPERSTATİK SİSTEMLERİ STATİK DERSİNDE ELE ALMIYORUZ.

PROBLEMİ ÇÖZMEDEN ÖNCE KOLAY YOLU ARA

BULUNAN BÜYÜKLÜK NEGATİF İSE ALDIĞIN YÖN TERSTİR

ÖRNEK-1

- **Soru:** Kirişin B noktasına 4 kN yük etmektedir. A ve C noktalarındaki mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.
- **Çözüm:** A ve B mesnetleri sabit mesnettir.
 - a) x ve y eksenlerini sırasıyla yatay ve düşey yönlere yerleştirilir.
 - b) Bir pandül eleman var mı kontrol edilir.
 - c) Kirişin iki boyutlu SCD'sini çizin.
 - d) Bilinmeyenleri bulmak için denge denklemlerini çözün.



$$\left(+ \sum M_A = (F_{CD} \sin 45^\circ \times 1,5) - (4 \times 3) = 0 \right.$$

$$F_{CD} = 11,31 \text{ kN or } \underline{11,3 \text{ kN}}$$

$$\rightarrow + \sum F_x = A_x + 11,31 \cos 45^\circ = 0; \quad \underline{A_x = -8,00 \text{ kN}}$$

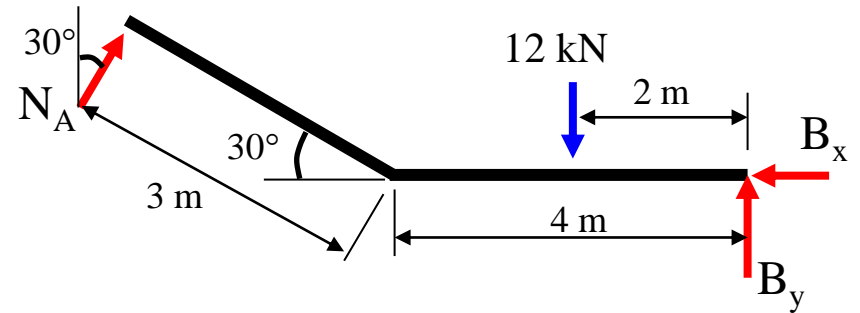
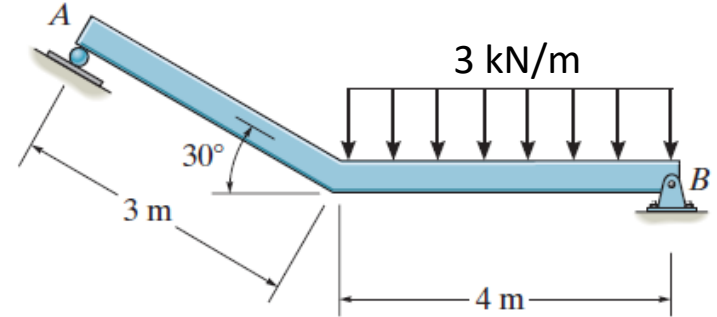
$$\uparrow + \sum F_y = A_y + 11,31 \sin 45^\circ - 4 = 0; \quad \underline{A_y = -4,00 \text{ kN}}$$

(negatif sonuç: demek ki reaksiyonlar aslında ters yönde)

CD'nin pandül olduğunu tespit ettik. C'deki bilinmeyen sayısı bire indi.

ÖRNEK-2

- **Soru:** Kirişin A ve B noktalarındaki mesnet reaksiyonlarını bulunuz.
- **Çözüm:** A mesneti hareketli, B mesneti ise sabit mesnettir. Eksenler çizilir ve mesnet reaksiyonları eksenlere ayrılarak SCD çizilir. Yayılı yük tekil bir kuvvete indirgenir.



$$\left(+ \sum M_B = - (N_A \cos 30^\circ) \times (4 + 3 \cos 30^\circ) - (N_A \sin 30^\circ) \times (3 \sin 30^\circ) + 12 \times 2 = 0 \right.$$

$$\underline{N_A = 3,713 = 3,71 \text{ kN}}$$

$\sum F_x = \sum F_y = 0$ denklemleri çözülür;

$$\rightarrow + \sum F_x = 3,713 \sin 30^\circ - B_x = 0$$

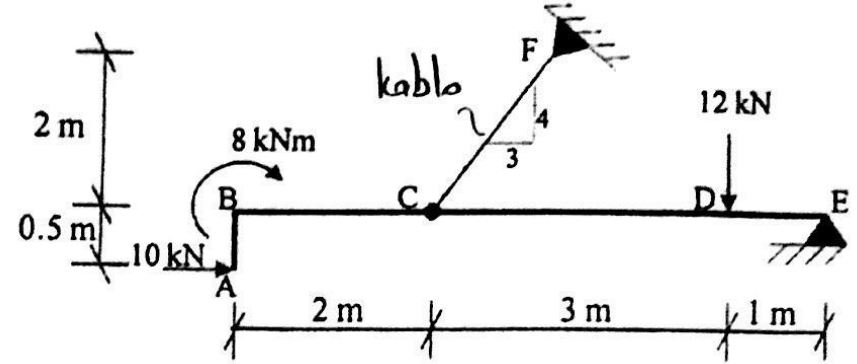
$$\uparrow + \sum F_y = 3,713 \cos 30^\circ - 12 + B_y = 0$$

$$\underline{B_x = 1,86 \text{ kN}} \leftarrow$$

$$\underline{B_y = 8,78 \text{ kN}} \uparrow$$

ÖRNEK-3

- **Soru:** Şekilde verilen sistemde E noktasındaki mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.
- **Çözüm:** SCD çizilir. Bilinmeyeni bulmaya yönelik en elverişli denge denkleminde çözüme başlanır.



$$\uparrow + \sum M_E = 8 - (10 \times 0,5) - (12 \times 1) + ((T_{CF} \times 4/5) \times 4) = 0$$

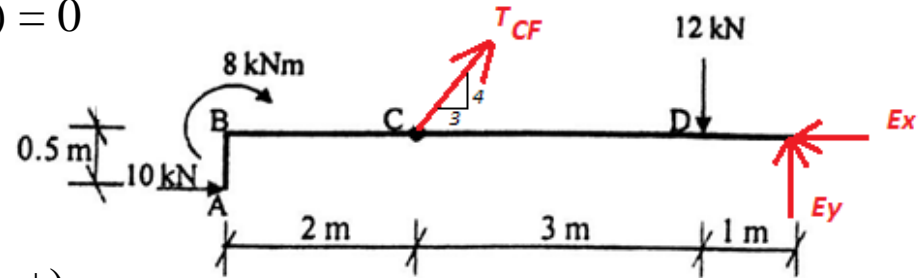
$$T_{CF} = 2,813 \text{ kN}$$

$$\rightarrow + \sum F_x = 10 + (2,813 \times 3/5) - E_x = 0$$

$$E_x = 11,688 \text{ kN (seçtiğimiz yön doğru, sonuç +)}$$

$$\uparrow + \sum F_y = (2,813 \times 4/5) - 12 + E_y = 0$$

$$E_y = 9,75 \text{ kN (seçtiğimiz yön doğru, sonuç +)}$$



ÖRNEK-4

- **Soru:** Şekilde verilen sistemde mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.
- **Çözüm:** SCD çizilir. Bilinmeyeni bulmaya yönelik en elverişli denge denkleminde çözüme başlanır.

$$\rightarrow + \sum F_x = 2 - (10 \times \cos 60^\circ) + D_x = 0$$

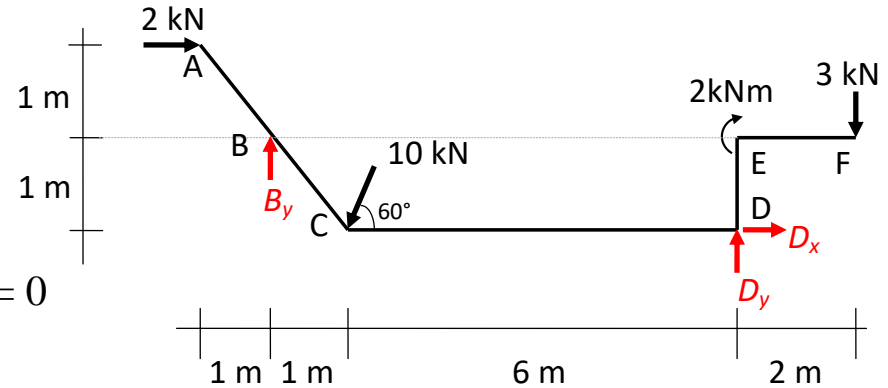
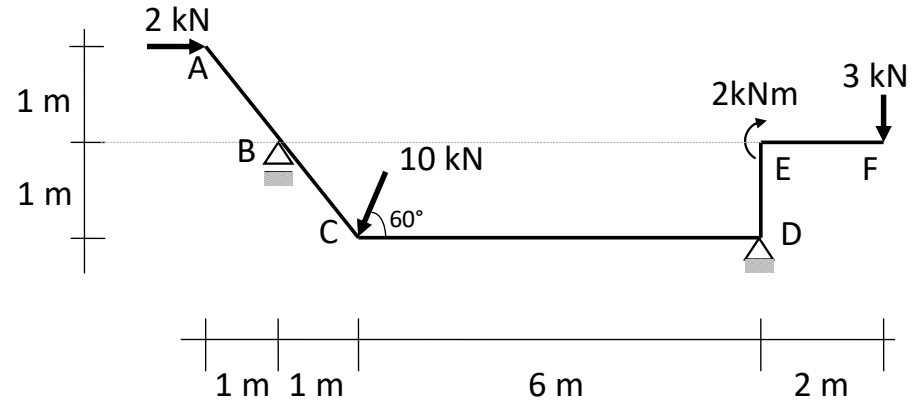
$$D_x = 3,0 \text{ kN (seçtiğimiz yön doğru, sonuç +)}$$

$$\curvearrow + \sum M_D = -(2 \times 2) - (B_y \times 7) + (10 \times \sin 60^\circ \times 6) - 2 - (3 \times 2) = 0$$

$$B_y = 5,71 \text{ kN (seçtiğimiz yön doğru, sonuç +)}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 5,71 - (10 \times \sin 60^\circ) + D_y - 3 = 0$$

$$D_y = 5,95 \text{ kN (seçtiğimiz yön doğru, sonuç +)}$$



ÖRNEK-5

- **Soru:** Şekildeki basit kirişin mesnet reaksiyonlarını (tepkilerini) hesaplayınız.
- **Çözüm:** SCD çizilir. Bilinmeyeni bulmaya yönelik en elverişli denge denkleminde çözüme başlanır.

$$\rightarrow + \sum F_x = -(9 \times \cos 50^\circ) - B_x = 0$$

$$B_x = -5,785 \text{ t (seçtiğimiz yön hatalı, sonuç -)}$$

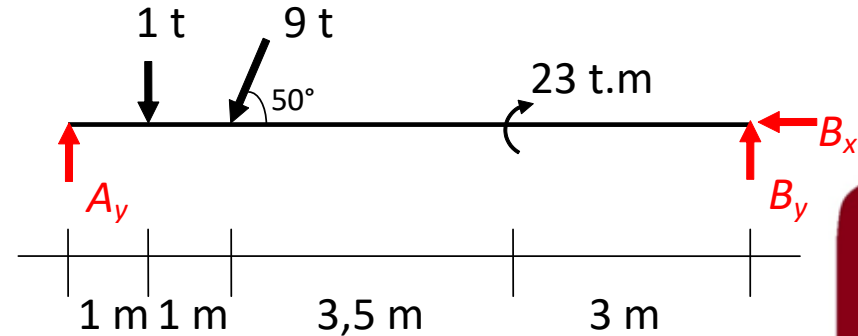
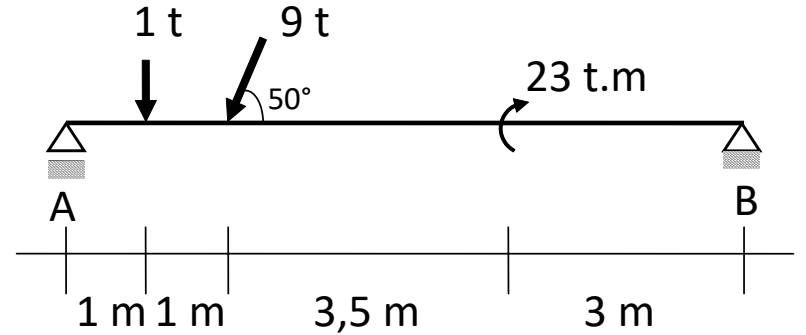
$$B_x = 5,785 \text{ t} \rightarrow$$

$$\curvearrow + \sum M_B = -(A_y \times 8,5) + (1 \times 7,5) + (9 \times \sin 50^\circ \times 6,5) - 23 = 0$$

$$A_y = 3,449 \text{ t (seçtiğimiz yön doğru, sonuç +)}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 3,449 - 1 - (9 \times \sin 50^\circ) + B_y = 0$$

$$B_y = 4,445 \text{ t (seçtiğimiz yön doğru, sonuç +)}$$



ÖRNEK-6

- **Soru:** Şekildeki sistemde A noktasındaki mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.
- **Çözüm:** A noktasına göre moment alınarak M_A tespit edilir. A_x ve A_y ise ilgili doğrultulardaki denge denklemleriyle bulunur.

$$\left(\sum_{+} M(A \text{ noktası}) = M_A - (4 \times 1) - ((3 \times \sin 60^\circ) \times 2) - 10 - 5 + (1 \times 1) - (2 \times 8,6) = 0\right.$$

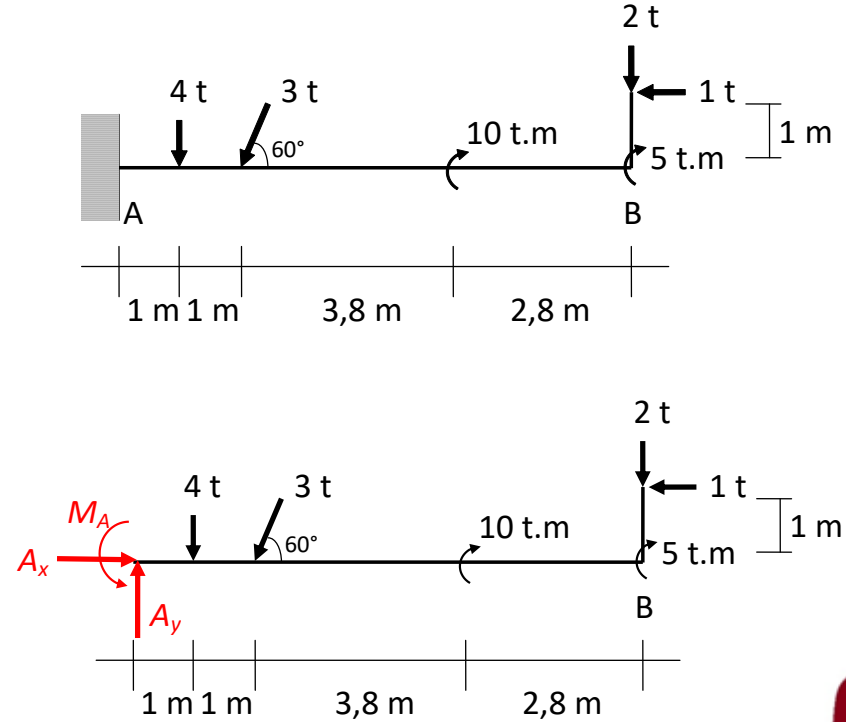
$$M_A = 40,4 \text{ t.m}$$

$$\rightarrow + \sum F_x = A_x - (3 \times \cos 60^\circ) - 1 = 0$$

$$A_x = 2,5 \text{ t}$$

$$\uparrow + \sum F_y = A_y - 4 - (3 \times \sin 60^\circ) - 2 = 0$$

$$A_y = 8,6 \text{ t}$$



Faydalanılan kaynaklar:

Mühendislik Mekaniği - Statik, R.C. Hibbeler, S.C. Fan

(Mühendislik Mekaniği – Statik’in Pearson yayınevi tarafından hazırlanan İngilizce sunumları)

<https://www.quora.com/What-is-the-meaning-of-pin-support-and-roller-support-in-real-life-example>

<https://www.quora.com/What-are-some-of-the-examples-of-hinge-and-roller-support>

<https://www.tboake.com/SSEF1/pin.shtml>

<https://theconstructor.org/structural-engg/types-of-supports-reactions-uses-structures/16974/>

kisi.deu.edu.tr/serkan.misir – statik ders notları

[Kisi.deu.edu.tr/sadik.girgin](http://kisi.deu.edu.tr/sadik.girgin) – statik örnek soruları