

STATİK

(MADEN MÜHENDİSLİĞİ)

Dr. Öğr. Üyesi Çağlar YALÇINKAYA

(Dokuz Eylül Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü)

Ders notları için: www.caglaryalcinkaya.com

YAPI ELEMANLARINDA OLUŞAN İÇ KUVVETLER

- Kirişler, köprülerin açıklıklarında gördüğümüz elemanlardır. Genellikle mesnetlerdeki kalınlığı kiriş açıklığındaki kalınlığından daha fazladır.
- Neden bu şekilde bir geometriye sahip olurlar? Böylesi tasarım kararlarında iç kuvvetler önem taşır. Bu derste, bu iç kuvvetleri ve onları nasıl hesaplayacağımızı işleyeceğiz.



165 m yükseklikli Botan Köprüsü / Siirt



İç Kuvvetler

•Bir yapısal elemanın tasarımı için elemanın bünyesinde oluşan iç kuvvetlerin bilinmesi gerekir.

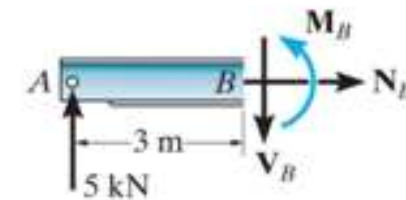
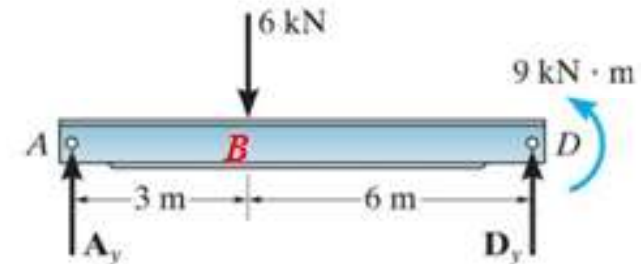
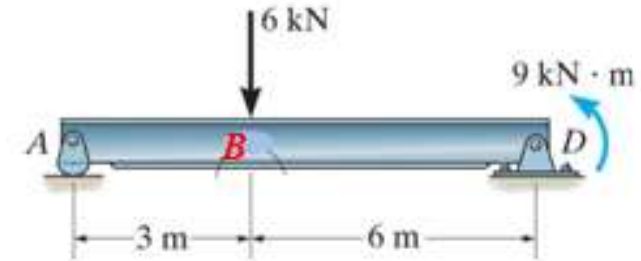
•Böylece yapısal elemanın yapıldığı malzemenin tesir eden yüke mukavim şekilde tasarlanması sağlanır.

•İç kuvvetler **kesit yöntemi** ile bulunabilir. Örneğin sağdaki şekilde B kesitine etkileyen iç kuvvetleri hesaplamak için ;

1- öncelikle mesnet reaksiyonları belirlenir.

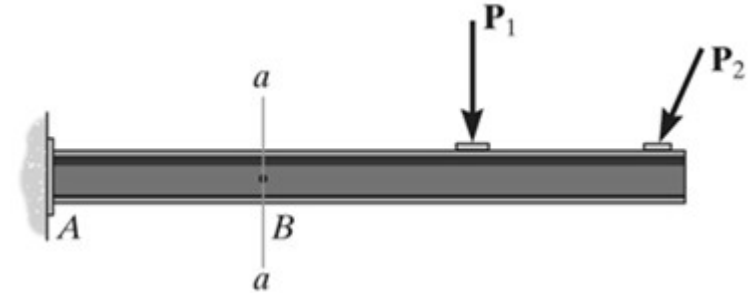
2- Sonra kirişi B'den hayali olarak kesmemiz ve iki parçadan birinin SCD'si çizilir. Böylece B'de etkileyen iç kuvvetler açığa çıkar ve bunlar serbest cisim diyagramında dış kuvvet olarak gösterilir.

3- Son olarak, denge denklemleri kullanılarak bilinmeyen iç kuvvetler hesaplanır.

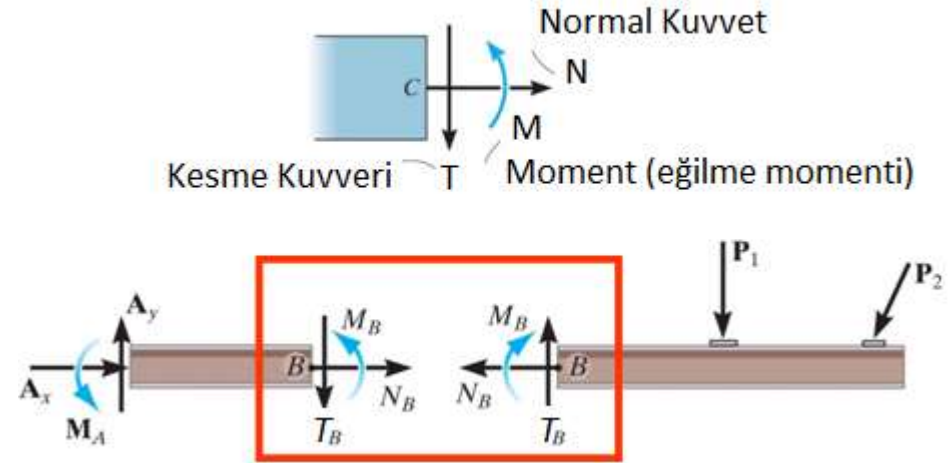


İç Kuvvetler

- İki boyutlu bir sistemde gelişen temel iç kuvvetler normal/eksenel kuvvet (N , kesite dik etkir), kesme kuvveti (T , kesit yüzüne teğettir) ve eğilme momentidir (M).
- Birçok uygulama için bileşke kuvvet çoğunlukla kesitin geometrik merkezine etkir.
- Yandaki şekilde B kesitinin sol yüzüne ve sağ yüzüne etkiyen iç kuvvetler eşit büyüklükte fakat zıt yönlüdür. Çünkü kesitin iki yüzü tekrar birleştirildiğinde kesitteki net kuvvet sıfır olmalıdır. *İç kuvvetlerin pozitif yön kabulü kırmızı çerçeve içinde görüldüğü gibidir.*



Yukarıdaki sistemin B noktasındaki iç kuvvetler, bu noktada kirişin kesilmesi sonrası oluşan sol ve sağ parça için aşağıdaki gibi gösterilir;



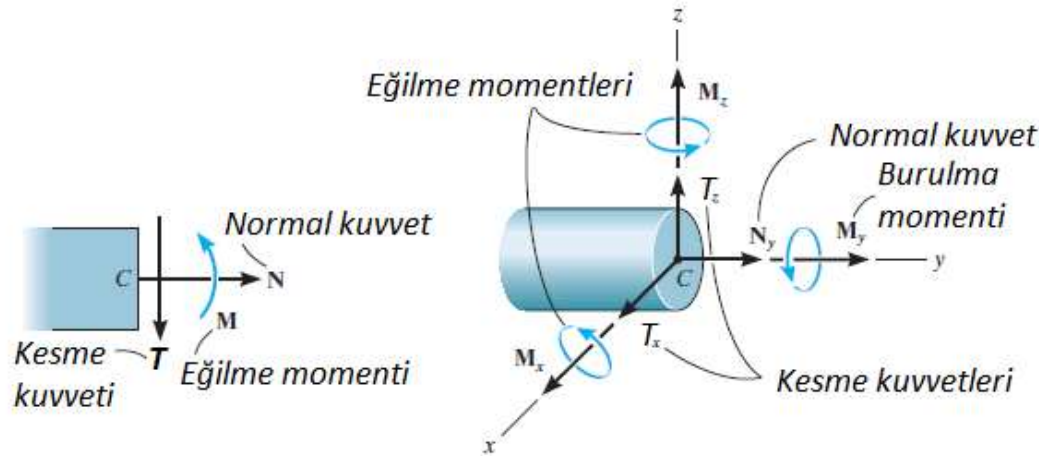
İç Kuvvetler

•M,N, T kuvvet ve momentlerini göstermek için bir işaret kabulü yapılır (yanda verilmektedir).

Moment (M) elemanı aşağı doğru konkav şekle sokuyorsa, yönü pozitiftir. Bunların tersi yönde etki eden kuvvetler negatif olarak değerlendirilir.

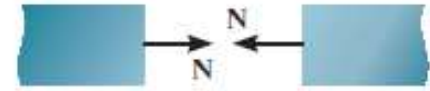
Normal kuvvet (N) elemanda çekme etkisi oluşturuyorsa, yönü pozitiftir.

Kesme kuvveti (T) elemanı saat yönünde döndürüyorsa, yönü pozitiftir.

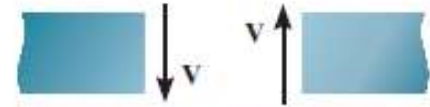


İki boyutlu sistemde iç kuvvetler

Üç boyutlu sistemde iç kuvvetler



Pozitif Normal Kuvvetler



Pozitif kesme kuvveti



Pozitif eğilme momenti

İç Kuvvetlerin Tespitinde İşlem Adımları

- İç kuvvetler bulunurken aşağıdaki işlem adımları izlenir;
1. İç kuvveti hesaplamak istediğiniz noktada eleman kesilerek ikiye ayrılır. İki parçadan hangisinin incelenmesinin daha kolay olduğuna karar verilir (genelde üzerinde daha az sayıda dış kuvvet olan parça seçilir).
 2. Eğer gerekliyse tüm parçanın SCD'si çizilir ve mesnet reaksiyonları hesaplanır.
 3. İncelemek istenen parçanın SCD'si çizilir, kesit alınan yüzeye M, N ve T iç kuvvetleri pozitif yönleriyle (yandaki şekilde olduğu gibi) gösterilir.
 4. Bir önceki adımda çizile SCD üzerindeki kuvvetler için denge denklemleri kurulur ve bilinmeyen iç kuvvetler tespit edilir. Bulunan iç kuvvet negatif ise bu kuvvetin pozitif yönün tersi yönünde etkidiğini gösterir.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

ÖRNEK-1

- **Soru:** Şekildeki kirişte C noktasındaki iç kuvvetleri belirleyiniz.
- **Çözüm:** Hayali olarak C noktasından sistemi kestiğimizde oluşan iki parçadan sağ taraf (C noktası ile B mesneti arası) daha az dış kuvvet içerdiğinden çalışılması kolay olur. Bu sağ parça ile çözümde sadece B mesnet reaksiyonlarının bulunması yeterli olacaktır.

$$\rightarrow + \Sigma F_x = \underline{B_x} = 0;$$

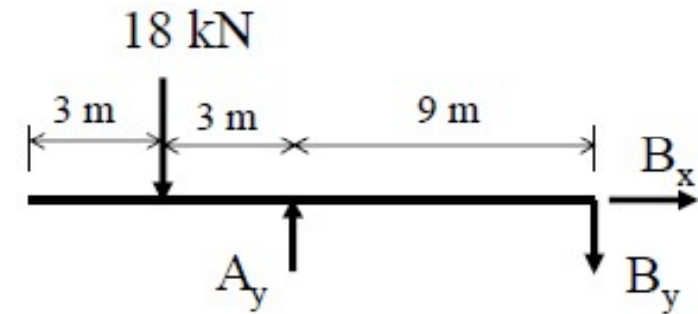
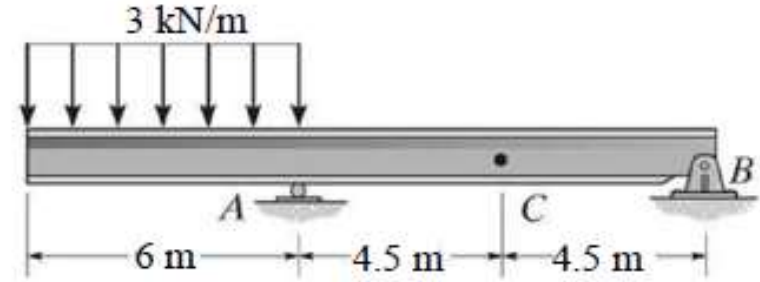
$$\uparrow + \Sigma M_A = -B_y(9) + 18(3) = 0; \quad \underline{B_y = 6 \text{ kN} \downarrow}$$

- Seçtiğimiz sağ parçanın denge denklemleri;

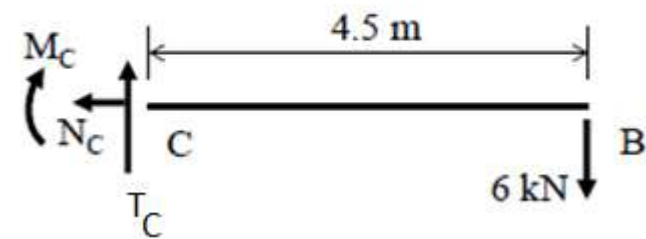
$$\rightarrow + \Sigma F_x = -N_c = 0; \quad \underline{N_c = 0}$$

$$\uparrow + \Sigma F_y = T_c - 6 = 0; \quad \underline{T_c = 6 \text{ kN} \uparrow}$$

$$\left(+ \Sigma M_c = -6(4.5) - M_c = 0; \quad \underline{M_c = -27 \text{ kNm} \Rightarrow 27 \text{ kNm} \right)$$



Tüm sistemin SCD'si



Sağ parçanın SCD'si

ÖRNEK-2

- **Soru:** Şekildeki kirişte 6 kN'luk kuvvetin sonsuz yakın solundaki B noktasında ve sonsuz yakın sağındaki C noktasında oluşan iç kuvvetleri (M,N,V) belirleyiniz. (T kuvveti V ile de gösterilir)
- **Çözüm:** B ve C noktalarından sistemi hayali olarak kestiğimizde mesnet reaksiyonu tek olan ve dış kuvvet etkimeyen sol parçanın çözümünün kolay olduğu görülür. Bu sebeple önce AB sonra AC hattında denge denklemleri yazılır.

- AB hattının denge denklemlerinden;

$$\pm \Sigma F_x = 0; \quad N_B = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 5 \text{ kN} - V_B = 0 \quad V_B = 5 \text{ kN}$$

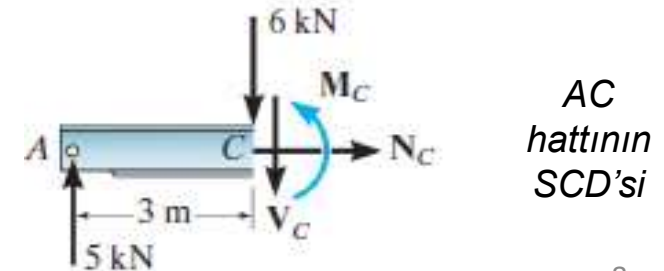
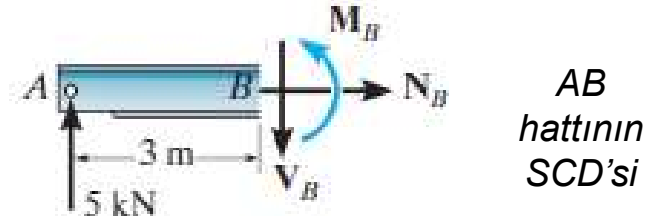
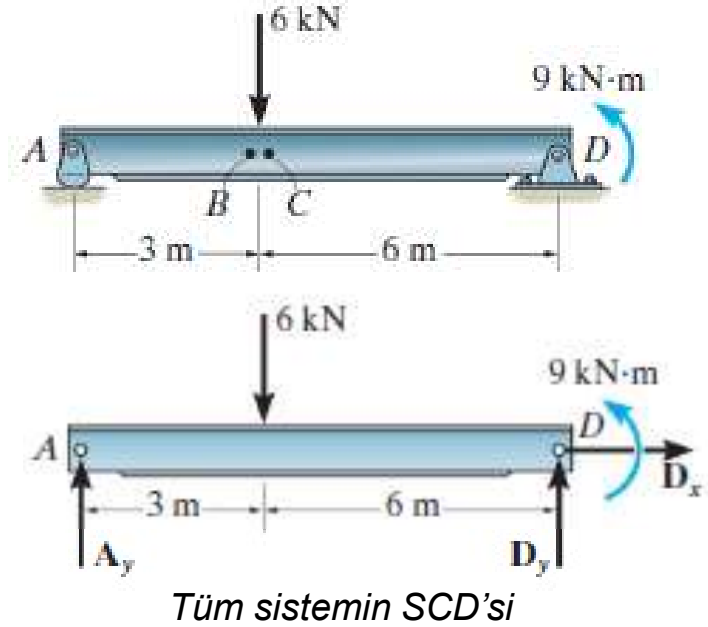
$$\zeta + \Sigma M_B = 0; \quad -(5 \text{ kN})(3 \text{ m}) + M_B = 0 \quad M_B = 15 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- AC hattının denge denklemlerinden;

$$\pm \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0 \quad (\text{Tersi yönde } 1 \text{ kN} \uparrow)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 5 \text{ kN} - 6 \text{ kN} - V_C = 0 \quad V_C = -1 \text{ kN}$$

$$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad -(5 \text{ kN})(3 \text{ m}) + M_C = 0 \quad M_C = 15 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



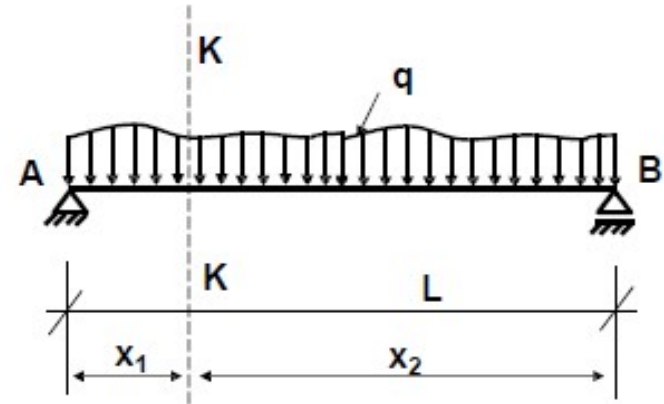
İç Kuvvet Diyagramları (M,N,T Diyagramları)

- Statik dersi kapsamında iç kuvvet diyagramları kirişler üzerinden anlatılacaktır ancak tüm yapı elemanlarında benzer kuvvetler gelişmektedir.
- Bir kirişin tasarımı, kirişin ekseni boyunca her bir noktada etkiyen iç kesme kuvveti (T veya V) ve eğilme momentinin (M) değişiminin detaylı olarak bilinmesini gerektirir. Bu sebeple **iç kuvvetlerin eleman boyunca değişimi diyagramlar çizilerek gösterilir.**
- Normal kuvvetin değişimi kirişlerin tasarımında genellikle dikkate alınmaz. Çünkü pratikte kirişler genellikle normal kuvvet etkisinde kalmazlar ve kuvvetler kiriş eksenlerine dik doğrultuda etkir. Bu kuvvetler sadece kesme kuvveti ve moment oluşturur. Ayrıca tasarım açısından kirişlerin kesmeye ve eğilmeye karşı dayanımları aksnel yüke (normal kuvvete) göre dayanımından çok daha önemlidir.
- Kuvvet ve eğilme momenti analizi tamamlandıktan sonra, kirişin gerekli enkesit alanını belirlemek için malzeme mekaniği teorisi ve uygun bir mühendislik tasarım yaklaşımı kullanılır.

İç Kuvvet (M,N, T) Diyagramlarının Çizilmesi –Kesit Yöntemi

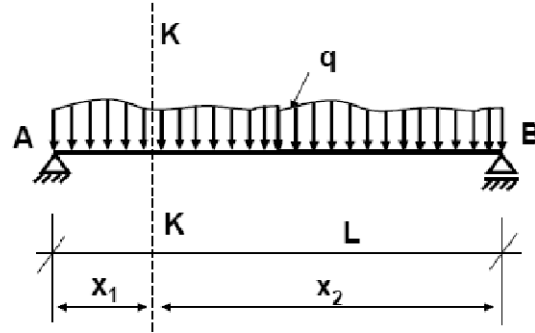
Kesit yönteminde önce N, sonra T ve en son M diyagramları çizilir. Bu çizimlerde aşağıdaki işlem sırası izlenir;

1. M,N,T diyagramı çizilecek kiriş üzerinde açıklık sayısı kadar kesim yapılır. Kesim sayısını yayılı yük, tekil yük, momentler ve düğüm noktaları gibi süreksizlik noktaları belirler (bu noktaların / yayılı yüklerin sağında ve solunda hesap yapılmalıdır)
2. Kesim yapılan noktaya soldan ya da sağdan yaklaşarak, kesim yapılan noktadaki 3 iç kuvvete (sırasıyla N,T,M) ait fonksiyonlar denge denklemleri yazılarak elde edilir.
3. Elde edilen fonksiyonların belirli noktalar için aldığı değerler hesaplanır ve fonksiyon derecelerine bağlı olarak diyagramlar çizilir.

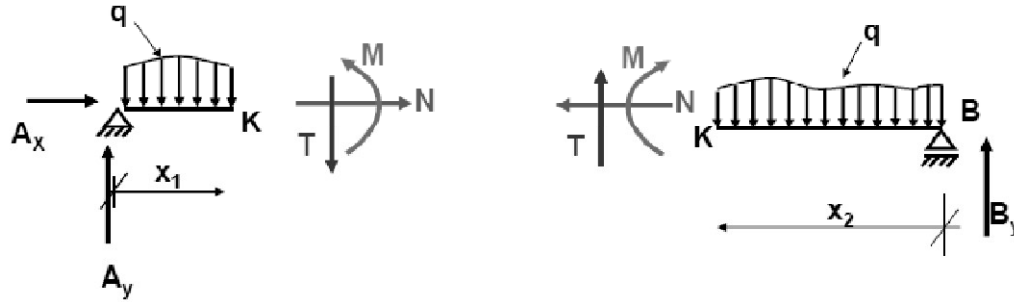


İç Kuvvet (M,N, T) Diyagramlarının Çizilmesi – Kesit Yöntemi

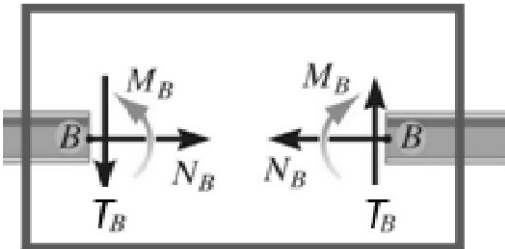
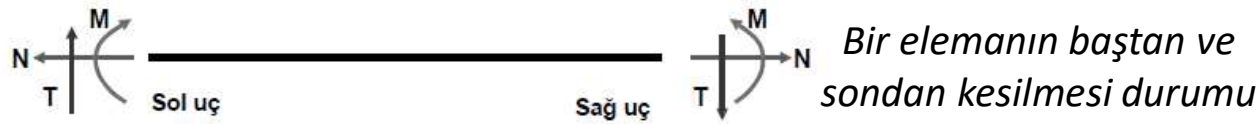
$$\begin{aligned} N_K &\Rightarrow \sum F_x = 0 \\ T_K &\Rightarrow \sum F_y = 0 \\ M_K &\Rightarrow \sum M = 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} N_K &\Rightarrow \sum F_x = 0 \\ T_K &\Rightarrow \sum F_y = 0 \\ M_K &\Rightarrow \sum M = 0 \end{aligned}$$



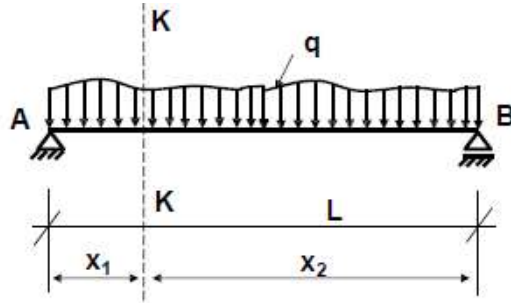
Kesitteki iç kuvvetler parçalardan herhangi birine denge denklemlerinin yazılmasıyla elde edilebilir.



Elemanın üzerindeki bir noktanın sonsuz yakın solundan ve sağından kesilmesi durumu

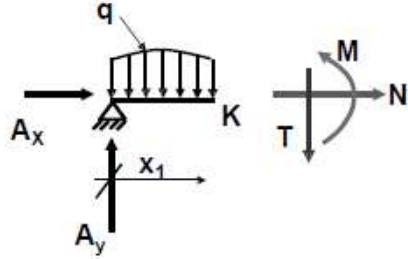
Çözümlerde kullanılacak pozitif yönleri bir daha hatırlayalım

İç Kuvvet (M,N, T) Diyagramlarının Çizilmesi –Kesit Yöntemi

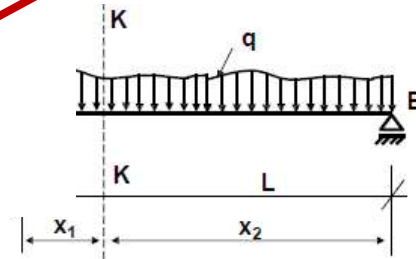


KESİM NOKTASINA SOLDAN YAKLAŞIM:

Denge denklemleri kesit için aşağıdaki gibi yazılır. Bu denklemler $0 < x_1 < L$ arasında geçerlidir.

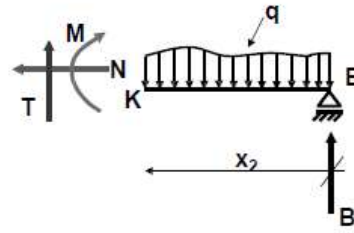


$$\begin{aligned} A_x + N &= 0 \\ T + q \cdot x_1 &= A_y \\ q \cdot x_1^2 / 2 + T \cdot x_1 &= M \end{aligned}$$



KESİM NOKTASINA SAĞDAN YAKLAŞIM:

Denge denklemleri kesit için aşağıdaki gibi yazılır. Bu denklemler $0 < x_2 < L$ arasında geçerlidir.



$$\begin{aligned} N &= 0 \\ q \cdot x_2 &= B_y + T \\ q \cdot x_2^2 / 2 &= M + T \cdot x_2 \end{aligned}$$

ÖRNEK-3

- **Soru:** Şekildeki basit mesnetli kirişin N, M ve T diyagramlarını çiziniz.

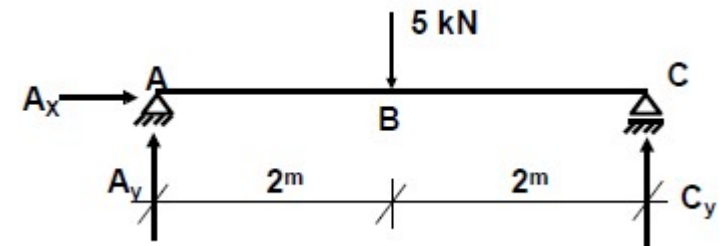
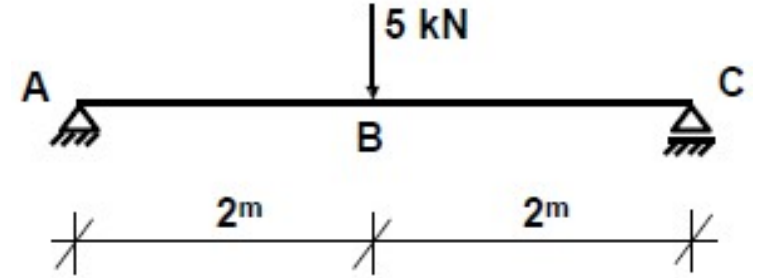
- **Çözüm:**

- ✓ Önce tüm sistemin SCD'si kullanılarak mesnet reaksiyonları bulunur.

$$A_x = 0$$

$$A_y + C_y = 5 \quad A_y = 2.5 \text{ kN} \quad C_y = 2.5 \text{ kN}$$

- ✓ Kaç kesim gerekir? Açıklıkta 1 adet tekil yük bulunmaktadır. Kiriş bu yükün solunda ve sağında olmak üzere iki parça halinde incelenmelidir.



Tüm sistemin SCD'si

ÖRNEK-3

- ✓ Kesim, sol parçada tekil kuvveti dışarıda bırakacak şekilde yapılır. Kesilen sağ uca N,M,T tesirleri işaret kuralına göre yerleştirilir:

$0 < x_1 < 2\text{m}$ arasında geçerli bağıntılar:

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad N = 0$$

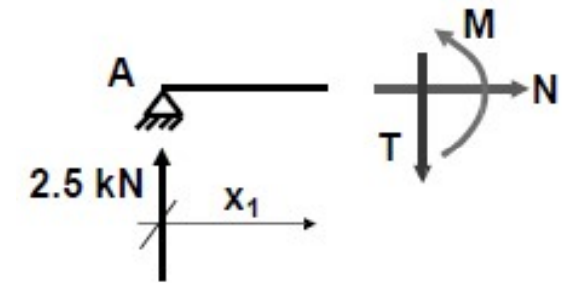
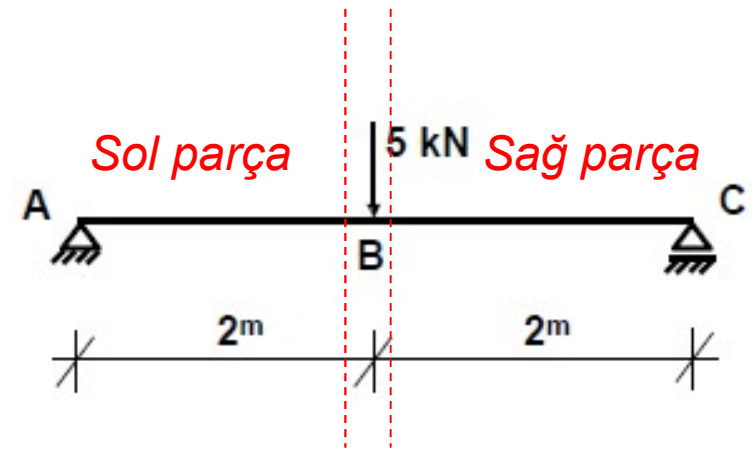
$$\uparrow + \sum F_y = 0 \quad 2.5 - T = 0 \quad T = 2.5 \text{ kN}$$

$$\curvearrow + \sum M_B = 0 \quad M - 2.5x_1 = 0 \quad M = 2.5x_1$$

0-2 metre arasında sabit

$$x_1 = 0 \quad M_A = 0 \text{ kNm}$$

$$x_1 = 2 \quad M_B = 5 \text{ kNm}$$



Sol parçanın SCD'si

- ✓ İkinci kesim sağ parçada tekil kuvveti dışarıda bırakacak şekilde yapılır. Kesilen sol uca N,M,T işaret kuralına göre yerleştirilir, bu uca göre moment alınır;

$0 < x_2 < 2 \text{ m}$ arasında geçerli bağıntılar:

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad N = 0$$

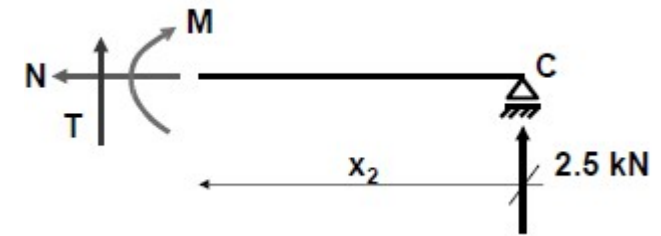
$$\uparrow + \sum F_y = 0 \quad T + 2.5 = 0 \quad T = -2.5 \text{ kN}$$

$$\curvearrow + \sum M_B = 0 \quad 2.5x_2 - M = 0 \quad M = 2.5x_2$$

0-2 metre arasında sabit

$$x_2 = 0 \quad M_C = 0$$

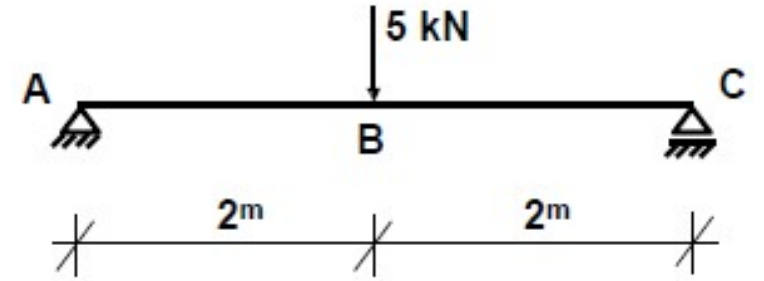
$$x_2 = 2 \quad M_B = 5 \text{ kNm}$$



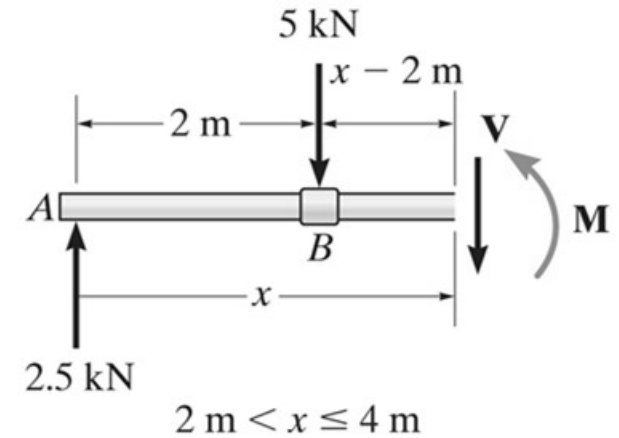
Sağ parçanın SCD'si

ÖRNEK-3

- ✓ Bir **alternatif olarak** bir önceki çözümde bulunan sağ parçanın iç kuvvetleri, yalnızca soldan (A mesnetinden) "x" kadar kesimle de hesaba katılarak tespit edilebilirdi (5 kN'luk kuvveti de içeriyor).



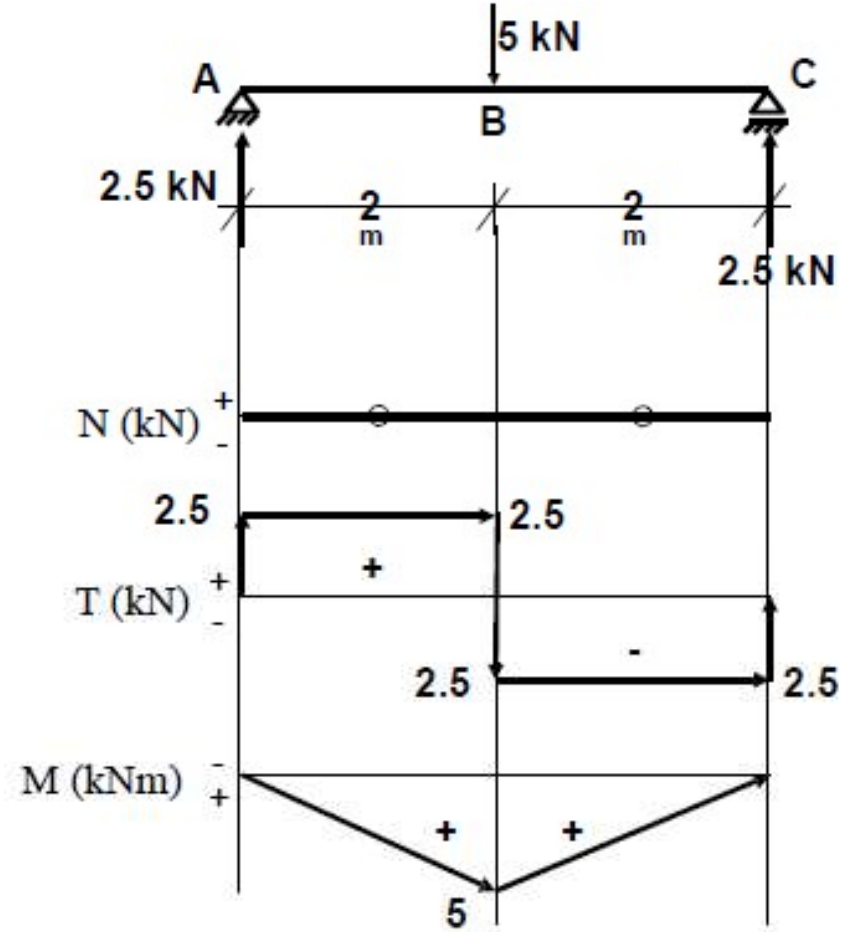
$$2 \text{ m} < x \leq 4 \text{ m}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 2.5 \text{ kN} - 5 \text{ kN} - V = 0$$
$$V = -2.5 \text{ kN}$$
$$\zeta + \Sigma M = 0; \quad M + 5 \text{ kN}(x - 2 \text{ m}) - 2.5 \text{ kN}(x) = 0$$
$$M = (10 - 2.5x) \text{ kN} \cdot \text{m}$$



x=2 için M= 5 kN.m, x=4 m için (yani C mesnetinde) M= 0 kN.m elde edilir.

ÖRNEK-3

- ✓ Diyagramların çiziminde önceki sayfada bulunan değerler sağdaki gibi kiriş boyunca işlenir. Önce N, sonra T ve en son M diyagramında işaretlemeler yapılır.
- ✓ Bu soruda iki parça için de kesme kuvveti x mesafelerinden bağımsız sabit bir değer almıştır.
- ✓ Moment eşitliklerinde ise mesnetlerde sıfır olarak elde edilen momentler orta açıklıkta maksimum değere ulaşmıştır. Kesme kuvveti x 'e bağlı olmadığından moment diyagramı bir üst derecede denkleme sahip olarak (1°) yani doğrusal bir şekilde artış gösterir.
- ✓ **Şu dört püf noktasına dikkat edin:** 1-Yatay bir kuvvet olmadığından N diyagramı kuvvet içermemektedir, 2-kesme kuvveti mesnetin ve tekil yükün olduğu noktada ani değişim göstermektedir, 3- moment diyagramının pozitif tarafı genellikle kirişin alt kısmında gösterilir, 4- açıklıkta kesme kuvveti sıfırdan geçerken moment maksimum değerine ulaşır.



ÖRNEK-4

- **Soru:** Şekildeki basit mesnetli kirişin N, M ve T diyagramlarını çiziniz.

- **Çözüm:**

- ✓ Önce tüm sistemin SCD'si kullanılarak mesne reaksiyonları bulunur.

$$A_x = 3t$$

$$A_y + B_y = 6$$

$$-2 \cdot 3 - 4 \cdot 5 + 8 \cdot B_y = 0 \quad B_y = 3.25t \quad A_y = 2.75t$$

- ✓ Sistemde iki adet tekil yükün sınırladığı üç adet bölge vardır. Soldan AC ve CD, sağdan ise BD bölgeleri için kesimler yapılır;

İlk kesim (sol parça) için $0 < x_1 < 3m$:

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad 3 + N = 0 \quad N = -3t$$

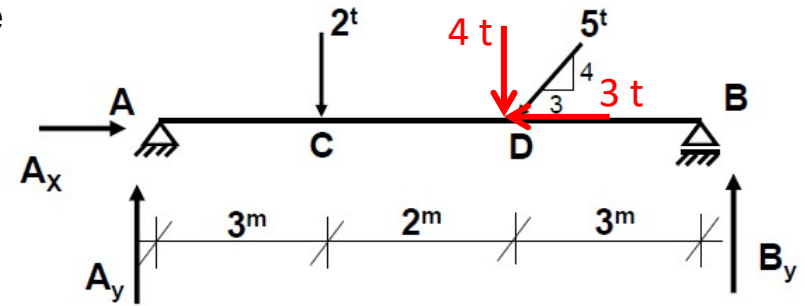
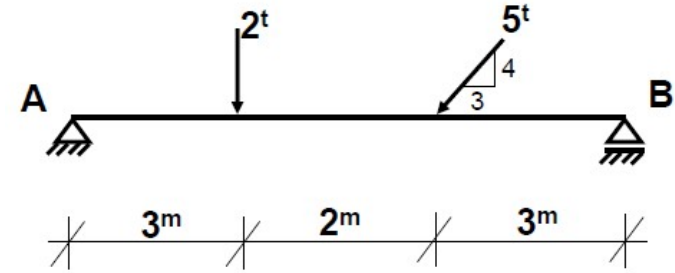
$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad 2.75 - T = 0 \quad T = 2.75t$$

$$\curvearrow \sum M = 0 \quad M - 2.75x_1 = 0 \quad M = 2.75x_1$$

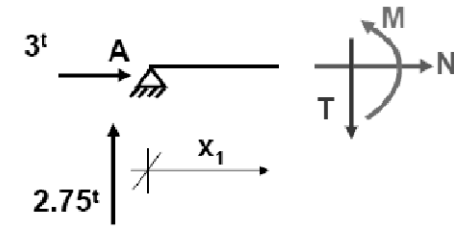
}

$x_1 = 0$
 $M_A = 0 \text{ tm}$

$x_1 = 3$
 $M_C = 8.25 \text{ tm}$



Tüm sistemin SCD'si



İlk sol parçanın (AC) SCD'si

ÖRNEK-4

İkinci kesim (sol parça) için $0 < x_2 < 2m$:

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad 3 + N = 0 \quad N = -3t$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad 2.75 - 2 - T = 0 \quad T = 0.75t$$

$$\curvearrowright \sum M = 0 \quad M + 2 * x_2 - 2.75 * (3 + x_2) = 0 \quad M = 8.25 - 0.75x_2$$

$$x_2 = 0 \quad M_C = 8.25 \text{ tm}$$

$$x_2 = 2 \quad M_D = 9.75 \text{ tm}$$

Not: Kesilen uca göre moment alınır.

Üçüncü kesim (sol parça) için $0 < x_3 < 3m$:

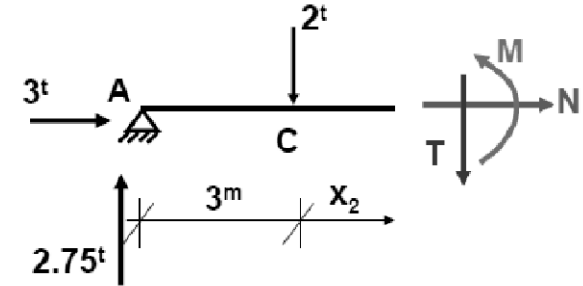
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad N = 0$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad T + 3.25 = 0 \quad T = -3.25t$$

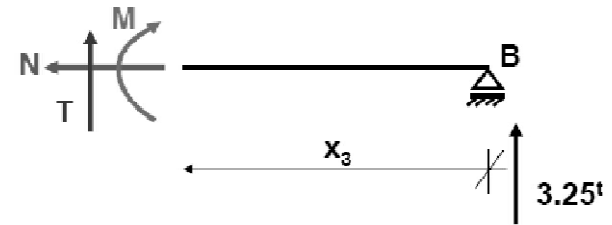
$$\curvearrowright \sum M = 0 \quad 3.25x_3 - M = 0 \quad M = 3.25x_3$$

$$x_3 = 0 \quad M_B = 0 \text{ tm}$$

$$x_3 = 3 \quad M_D = 9.75 \text{ tm}$$



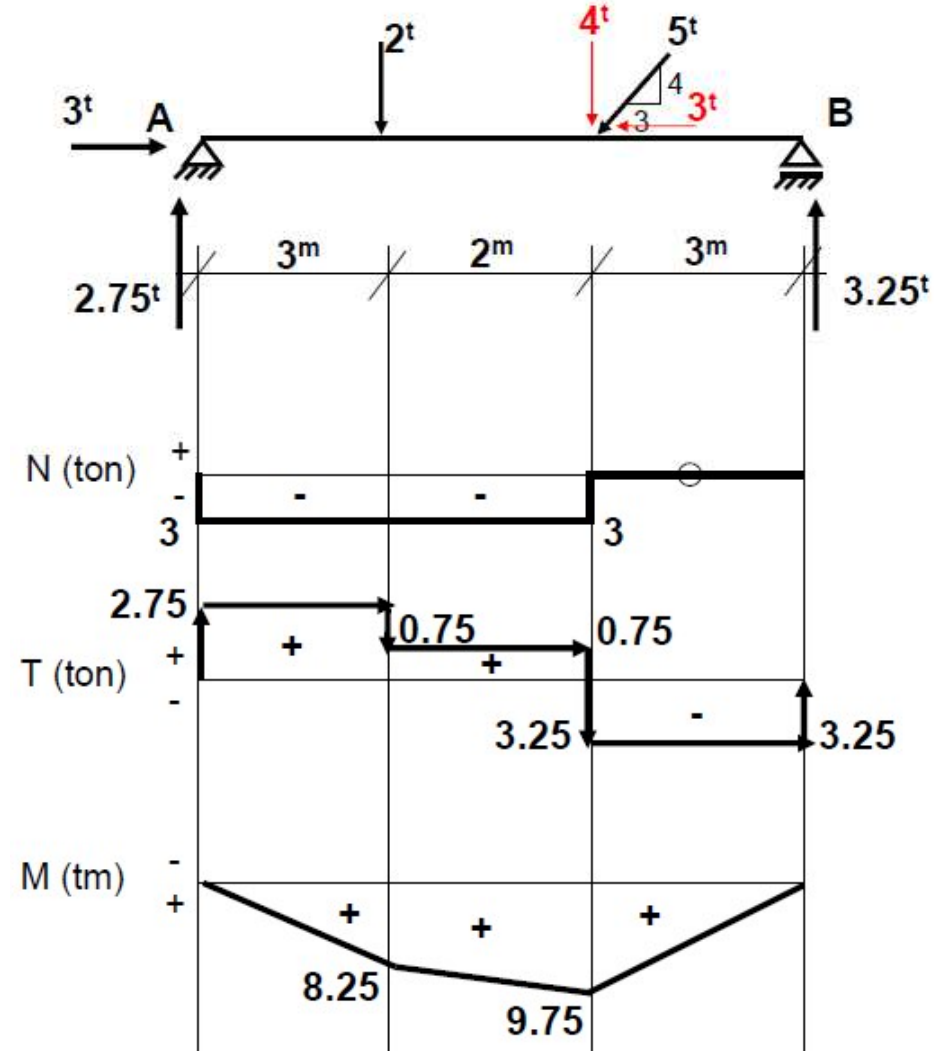
İkinci sol parçanın (CD için) SCD'si



Sağ parçanın (BD) SCD'si

ÖRNEK-4

- ✓ Bulunan değerler çözüm yönüne göre alınan x mesafelerine dikkat ederek, yani kritik bölgeleri doğru belirleyerek sırayla N, T ve M diyagramlarına işlenir. Bu soruda kritik bölgeler tekil yüklerdir.
- ✓ Diyagramların türü ve birimi muhakkak belirtilmelidir. Bu soruda Normal kuvvet ve kesme kuvveti birimi ton, moment birimi ise t.m'dir. Ayrıca bölgelerin işaretleri (+,-) muhakkak belirtilmelidir.
- ✓ Bir nüans olarak moment diyagramının pozitif kısmı aşağıda gösterilir.
- ✓ Diyagramların mesnet bölgelerinde kapandığına dikkat ediniz.
- ✓ Kesme kuvvetinin işaret değiştirdiği yerde momentin maksimum olduğuna dikkat ediniz.



ÖRNEK-5

- **Soru:** Şekilde yükleme durumu verilen kirişin N, M ve T diyagramlarını çiziniz.

- **Çözüm:**

- ✓ Önce mesnet reaksiyonları bulunur;

$$\sum F_x = 0 \quad A_x - 3 = 0 \quad A_x = 3^t$$

→

$$\sum F_y = 0 \quad A_y - (2^t/m * 2) - 4 = 0 \quad A_y = 8^t$$

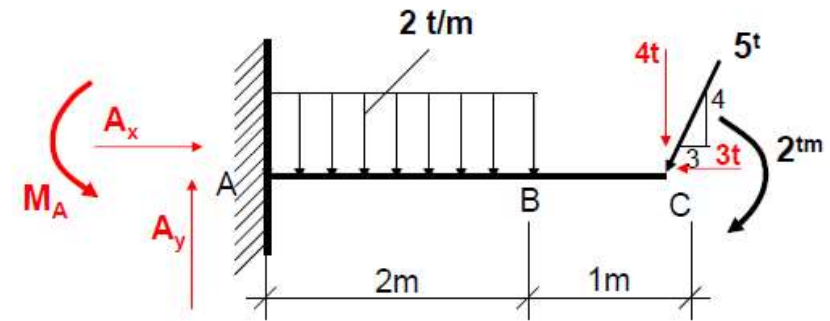
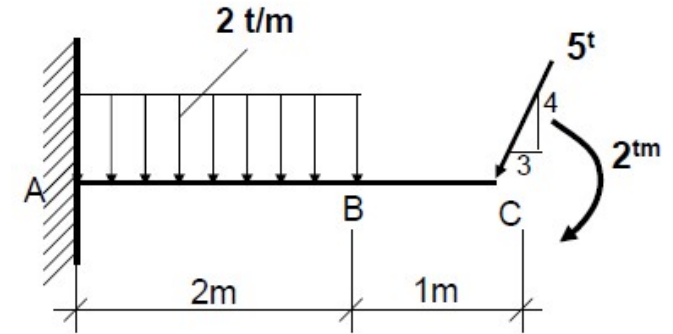
↑

$$\sum M_A = 0 \quad -(2^t/m * 2) * 1^m - 4 * 3^m - 2 + M_A = 0$$

↺

$$M_A = 18^tm$$

- ✓ Sistem yayılı yükün bittiği B noktasından ikiye ayrılarak AB sol parçası için soldan ve CB sağ parçası sağdan çözümlenir.



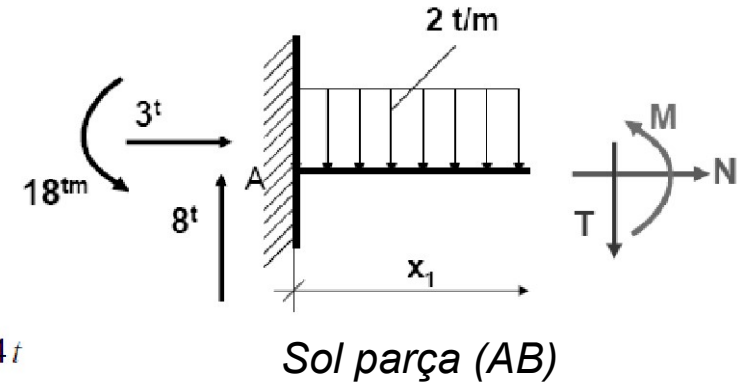
Tüm sistemin SCD'si

ÖRNEK-5

Sol parça (AB) için $0 < x_1 < 2m$:

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x = 0 \quad 3 + N = 0 \quad N = -3t \\ \uparrow \sum F_y = 0 \quad 8 - 2 \cdot x_1 - T = 0 \quad T = 8 - 2x_1 \\ \curvearrowright \sum M = 0 \quad 18 + 2x_1 \frac{x_1}{2} - 8x_1 + M = 0 \quad M = -18 + 8x_1 - x_1^2 \quad \text{2.derece} \end{aligned}$$

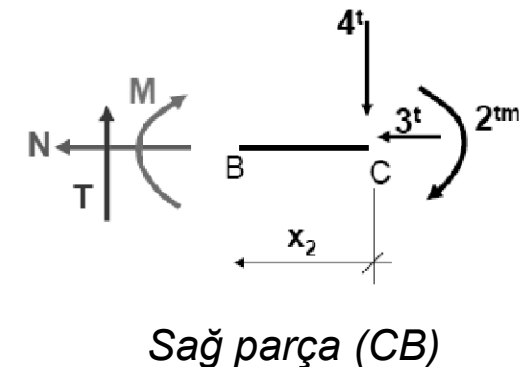
$x_1 = 0 \quad T_A = 8t$
 $x_1 = 2 \quad T_B = 4t$
 $x_1 = 0 \quad M_A = -18tm$
 $x_1 = 2 \quad M_B = -6tm$



Sağ parça (CB) için $0 < x_2 < 1m$:

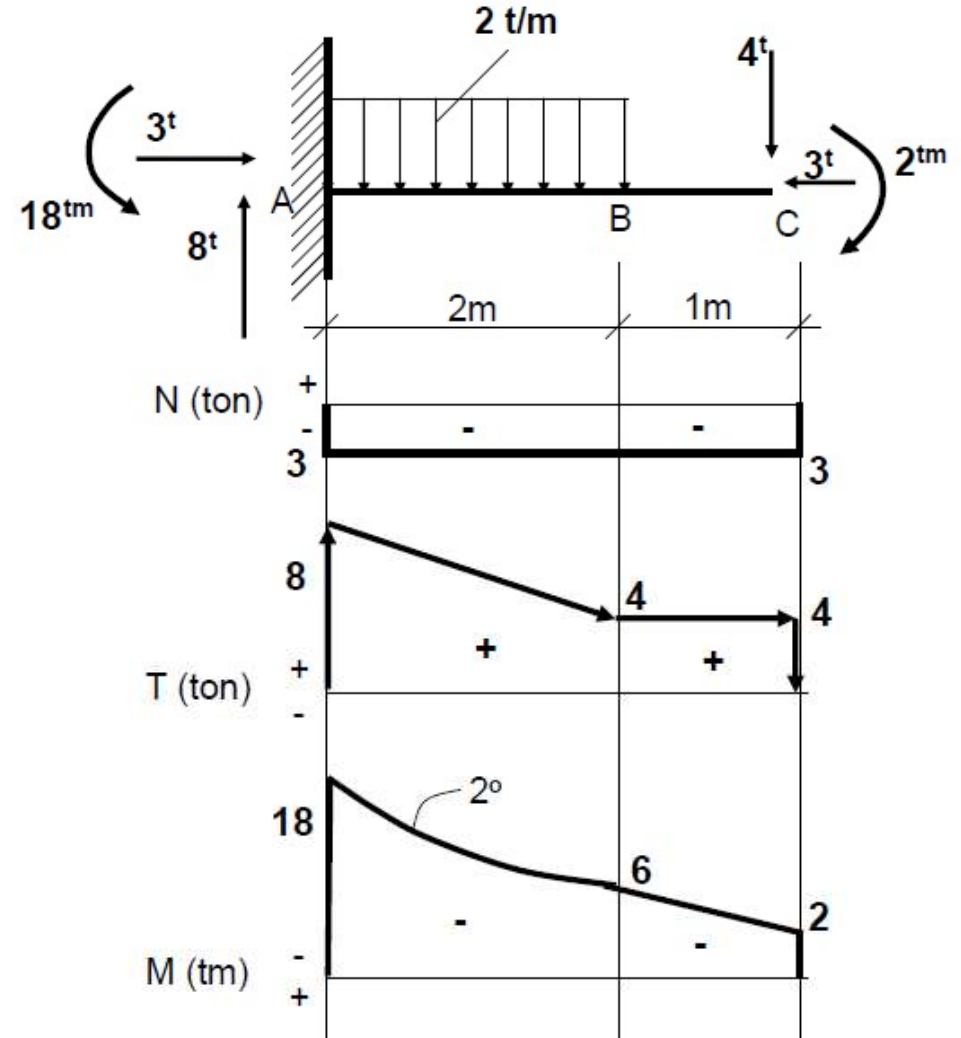
$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x = 0 \quad -N - 3 = 0 \quad N = -3t \\ \uparrow \sum F_y = 0 \quad T - 4 = 0 \quad T = 4t \\ \curvearrowright \sum M_B = 0 \quad -4x_2 - M - 2 = 0 \quad M = -2 - 4x_2 \end{aligned}$$

$x_2 = 0 \quad M_C = -2tm$
 $x_2 = 1 \quad M_B = -6tm$



ÖRNEK-5

- ✓ Bulunan değerler çözüm yönüne göre alınan x mesafelerine dikkat ederek, yani kritik bölgeleri doğru belirleyerek sırayla N, T ve M diyagramlarına işlenir. Bu soruda kritik bölgeler tekil yüklerdir.
- ✓ Ankastre mesnet moment taşıdığından A mesnetinde diyagramın -18 tm 'den başladığına dikkat ediniz.
- ✓ Düzgün yayılı yük, kesme diyagramını birinci derece (x 'e bağlı) oluşturduğundan moment diyagramında bu bölgede 2. derece (x^2 'ye bağlı) eğri oluştuğuna dikkat ediniz.
- ✓ A'dan B'ye doğru kesme kuvveti azaldığından moment eğrisinin azalarak arttığına (eğimi düşerek) çizimde dikkat ediniz.
- ✓ Kiriş ucundaki tekil momentin moment diyagramını kapattığına dikkat ediniz.



ÖRNEK-6

- **Soru:** Şekilde yükleme durumu verilen kirişin N, M ve T diyagramlarını çiziniz.

- **Çözüm:**

- ✓ Önce mesnet reaksiyonları bulunur;

$$\sum F_x = 0 \quad D_x = 0$$

→ +

$$\sum F_y = 0 \quad B_y + D_y - 2 - 5 = 0 \quad B_y + D_y = 7t$$

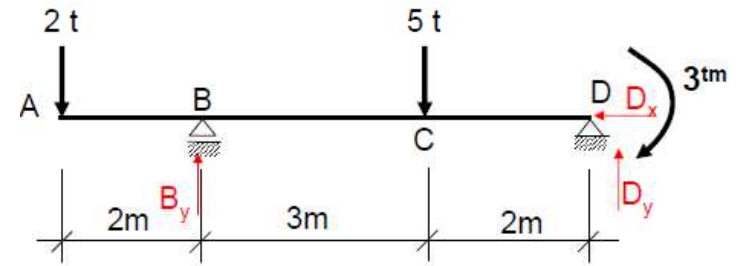
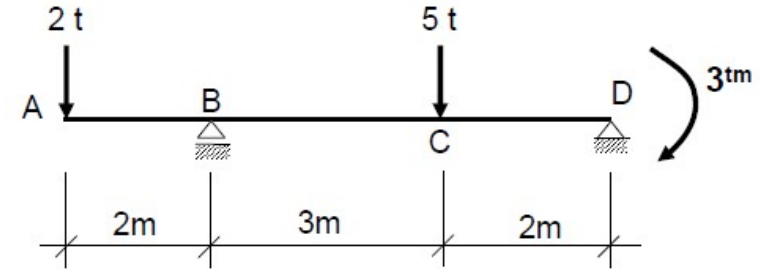
↑ +

$$\sum M_B = 0 \quad 2 \cdot 2 - 5 \cdot 3 - 3 + D_y \cdot 5 = 0 \quad D_y = 2.8t \quad (\uparrow)$$

↻ +

$$B_y = 4.2t \quad (\uparrow)$$

- ✓ Mesnet ve tekil yüklerle sınırlanmış AB, BC parçaları soldan, DC parçası sağdan çözülür



Tüm sistemin SCD'si

ÖRNEK-6

İlk sol parça (AB) için $0 < x_1 < 2m$:

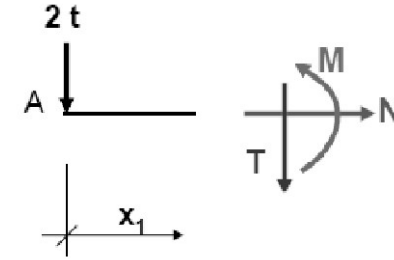
$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= 0 & N &= 0 \\ \uparrow \sum F_y &= 0 & 2 + T &= 0 & T &= -2t \\ \curvearrowright \sum M &= 0 & 2x_1 + M &= 0 & M &= -2x_1 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} x_1 = 0 \quad M_A = 0 \\ x_1 = 2 \quad M_B = -4tm \end{array}$$

İkinci sol parça (BC) için $0 < x_2 < 3m$:

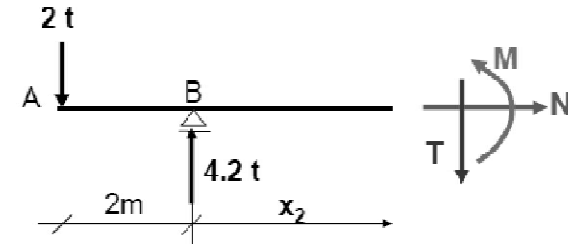
$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= 0 & N &= 0 \\ \downarrow \sum F_y &= 0 & 2 - 4.2 + T &= 0 & T &= 2.2t \\ \curvearrowright \sum M &= 0 & M - 4.2 * x_2 + 2 * (2 + x_2) &= 0 \\ & & M &= 2.2x_2 - 4 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} x_2 = 0 \quad M_B = -4tm \\ x_2 = 3 \quad M_C = 2.6tm \end{array}$$

Sağ parça (DC) için $0 < x_3 < 3m$:

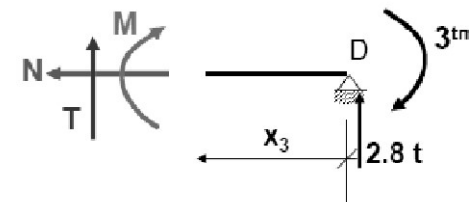
$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= 0 & N &= 0 \\ \uparrow \sum F_y &= 0 & T + 2.8 &= 0 & T &= -2.8t \\ \curvearrowright \sum M &= 0 & -3 + 2.8x_3 - M &= 0 & M &= -3 + 2.8x_3 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} x_3 = 0 \quad M_D = -3tm \\ x_3 = 2 \quad M_C = 2.6tm \end{array}$$



İlk sol parça (AB için)



İkinci sol parça (BC için)



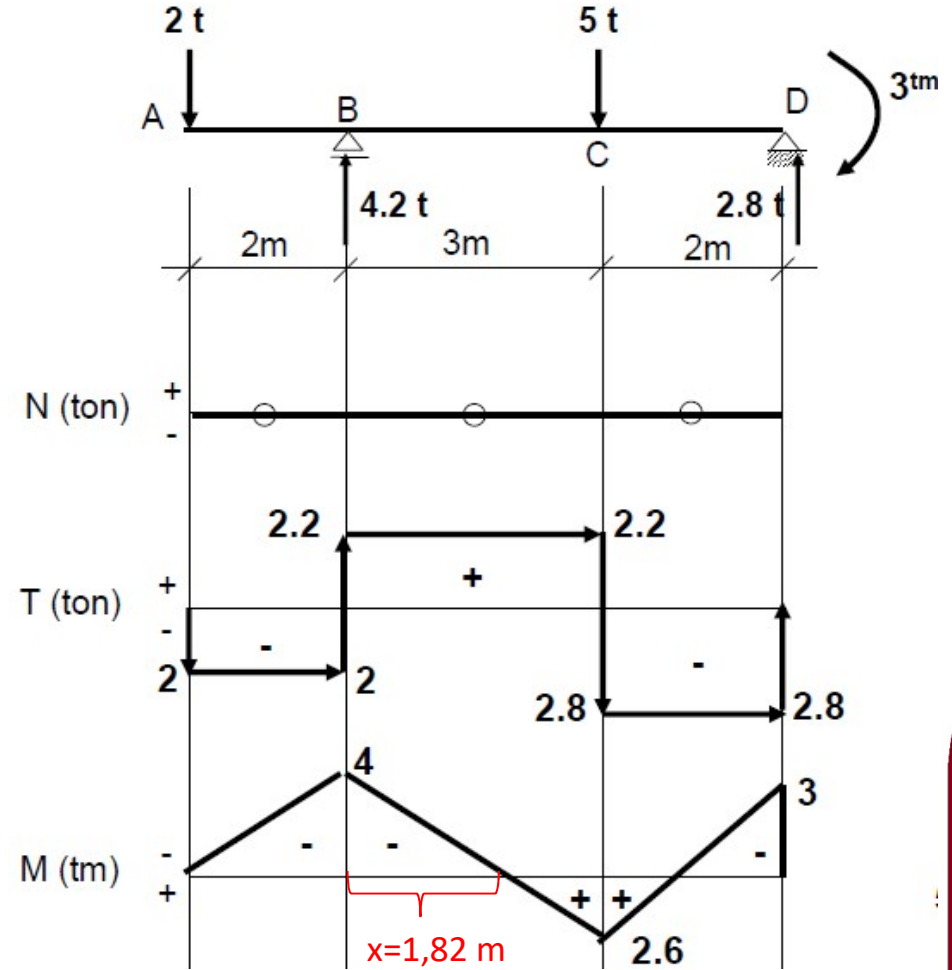
Sağ parça (DC için)

ÖRNEK-6

- ✓ Bulunan değerler çözüm yönüne göre alınan x mesafelerine dikkat ederek, yani kritik bölgeleri doğru belirleyerek sırayla N, T ve M diyagramlarına işlenir. Bu soruda kritik bölgeler tekil yüklerdir.
- ✓ B'de moment -4 t.m, C'de ise +2,6 t.m bulunmuştu. Moment diyagramının işaret değiştirerek çubuk eksenini kestiği görülmektedir. Bu noktanın koordinatı bir önceki sayfada "İkinci sol parça (BC) için $0 < x_2 < 3m$ " kısmındaki moment eşitliği sıfıra eşitlenerek ($2.2x_2 - 4 = 0$) veya BC arasındaki moment diyagramı doğrusunun eğiminden bulunabilir. Eğim kullanılarak;

$$\frac{4}{x} = \frac{2,6}{3-x} \Rightarrow x = 1,82m$$

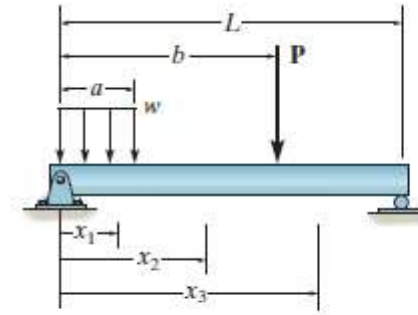
- ✓ Mesnet üstündeki tekil momentin moment diyagramını kapattığına dikkat ediniz.



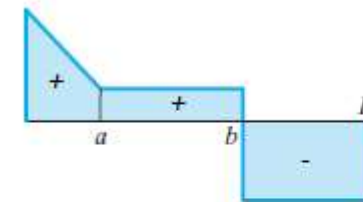
İç Kuvvet (M,N, T) Diyagramlarının Çizilmesi – Alan Yöntemi

✓ Alan yönteminde diyagramlar kirişteki yüklemelerin değiştiği süreksizlik noktaları ve kritik noktalar (mesnetler / düğüm noktaları) dikkate alınarak şu esaslara göre çizilir;

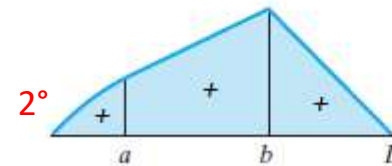
1. Yukarı yönlü kuvvetlerin bulunduğu yerlerde kesme diyagramı yukarı doğru çizilir. Aşağıya doğru yönlü kuvvetler durumunda tersidir.
2. Kuvvet bulunmayan aralıklarda kesme kuvveti diyagramı sabit bir değerdeyken (kirişe paralel bir doğru şeklinde) düzgün yayılı yük olan bölgelerde eğimli bir doğru ve üçgen yayılı yük için de ikinci dereceden bir eğridir.
3. Bir noktadaki eğilme momenti, kendisinden bir önceki eğilme momentinden, bu iki nokta arasındaki kesme kuvveti diyagramının alanının eklenmesiyle (+ veya -) elde edilir.
4. Eğilme momenti diyagramının derecesi kesme kuvvetinin derecesinden bir fazladır.



Normal Kuvvet (N) Diyagramı



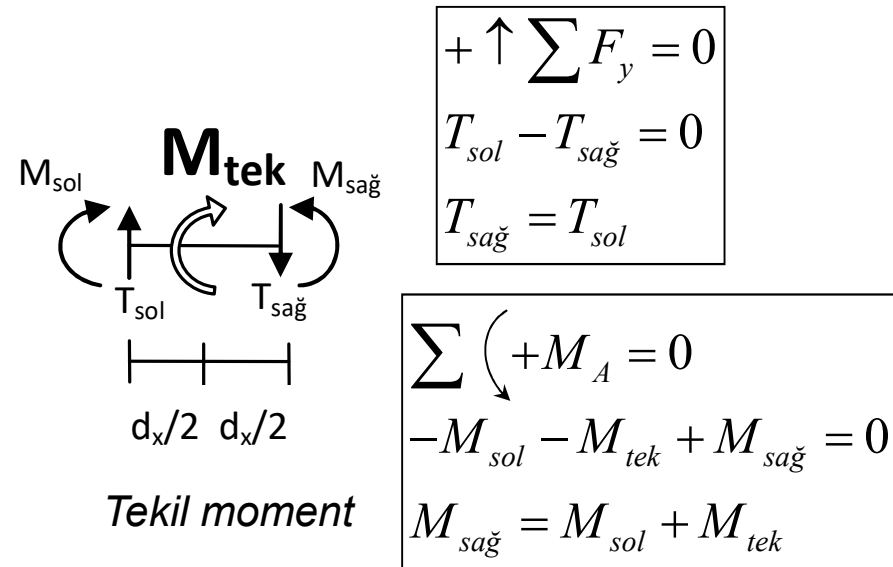
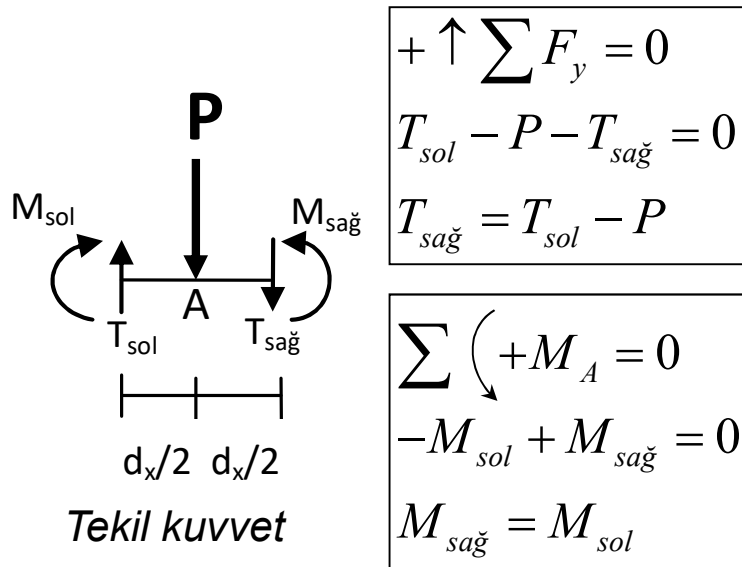
Kesme Kuvveti (T/V) Diyagramı



Moment (M) Diyagramı

İç Kuvvet (M,N, T) Diyagramlarının Çizilmesi – Alan Yöntemi

- ✓ Alan yöntemi ile çizim yaparken sisteme tekil bir yük veya tekil bir moment etkidiğinde diyagramı doğru çizebilmek için kesim yöntemine başvurmamız gerekir.
- ✓ Tekil yük veya momentin etkidiği noktanın sağında (kirişin solundan çizime başlanır) diyagramın nasıl devam ettiğini anlamak için tekil etki altındaki noktanın sonsuz yakın sağından ve solundan kesim yaparak bu küçük parçada denge denklemlerini yazarız. Bu sayede aşağıdaki örnekte olduğu gibi tekil etki sonrası (sağ) parçanın diyagram değeri tespit edilir.



Not: d_x sonsuz küçük bir mesafe olduğundan kesme kuvvetlerinin momenti sıfırdır.

ÖRNEK-7

- **Soru:** Şekilde yükleme durumu verilen kirişin N, M ve T diyagramlarını çiziniz.
- **Çözüm:**
- ✓ Önce mesnet reaksiyonları bulunur;

$$\Sigma F_x = 0; R_{Ax} = 0$$

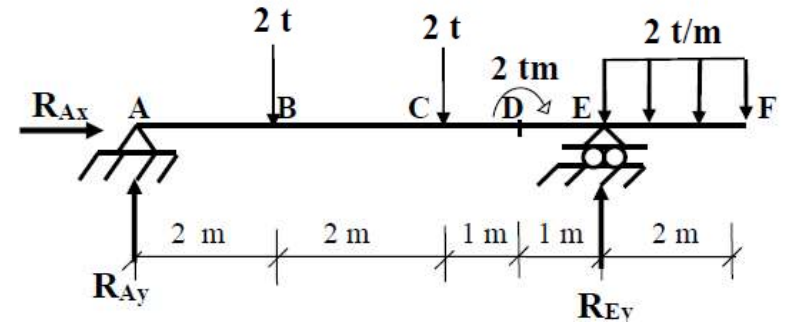
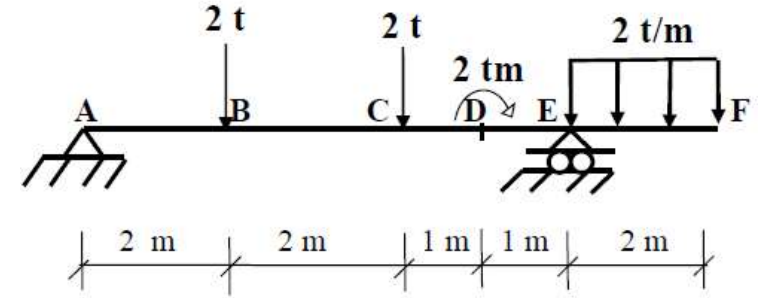
$$(\curvearrowright) \Sigma M_A = 0; R_{Ey} \cdot 6^m - 2 \cdot 2^m - 2 \cdot 4^m - 2^{t/m} \cdot 2^m \cdot 7^m - 2^{tm} = 0;$$

$$R_{Ey} = 7^t (\uparrow);$$

$$(\uparrow) \Sigma F_y = 0; R_{Ay} + R_{Ey} - 2^t - 2^t - 2^{t/m} \cdot 2^m = 0;$$

$$R_{Ay} + 7^t - 2^t - 2^t - 2^{t/m} \cdot 2^m = 0;$$

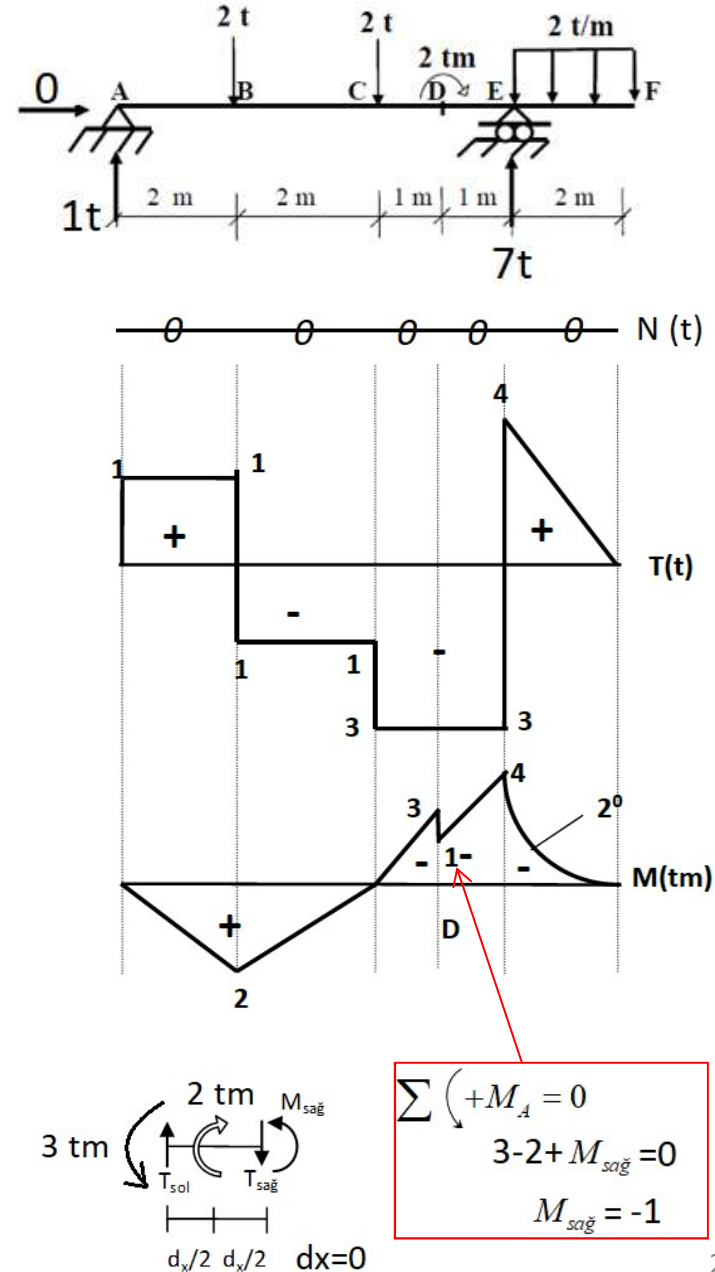
$$R_{Ay} = 1^t (\uparrow)$$



Sistemin SCD'si

ÖRNEK-7

- ✓ A mesnetinden başlanarak soldan sağa doğru N ve T diyagramı çizilir. Normal kuvvet olmadığından N diyagramı her bölgede sıfırdadır.
- ✓ T diyagramı çizilirken yukarı yönlü olan 1 t mesnet tepkisi +1 işaretlenir ve AB arası boş olduğundan sabittir. B noktasındaki aşağı yönlü 2 t tekil kuvvet sonucu $1-2=-1$ t seviyesine ani geçiş olur. BC arası boş olduğundan sabittir. C noktasında 2t tekil kuvvet sonucu $-1-2=-3$ t seviyesine ani geçiş olur. CD ve DE arasında tekil kuvvet olmadığından sabittir (tekil moment T'yi değiştirmez). E mesnet reaksiyonu 7 t sebebiyle $-3+7=4$ t seviyesine sıçrama olur. EF arasında düzgün yayılı yük olduğundan ve aşağı doğru etkidiğinden F noktasına kadar $4-2*2=0$ tona lineer (1. derece) düşüş olur.
- ✓ A mesnetinden başlanarak soldan sağa T diyagramının alanı her bölge için işaretleriyle eklenir ve M moment diyagramı çizilir. M diyagramı çizilirken ilgili bölge için T diyagramının derecesinin bir üstü derecede bir fonksiyon oluşur. Bu örnekte T sabit ise moment diyagramı 1. derece (doğru), T eğimli ise (1. derece) 2. derece (eğri) bir diyagram çizilir.



ÖRNEK-8

- **Soru:** Şekilde yükleme durumu verilen konsol kirişin N, M ve T diyagramlarını çiziniz.

- **Çözüm:**

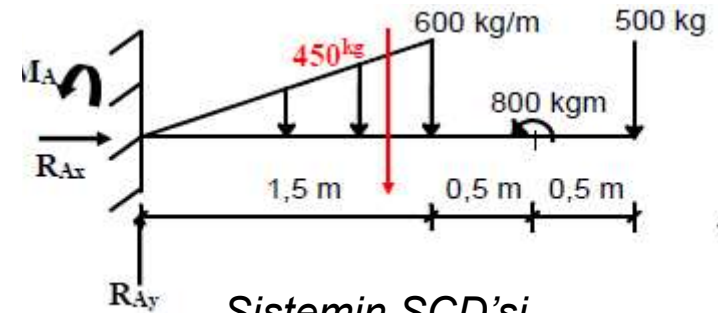
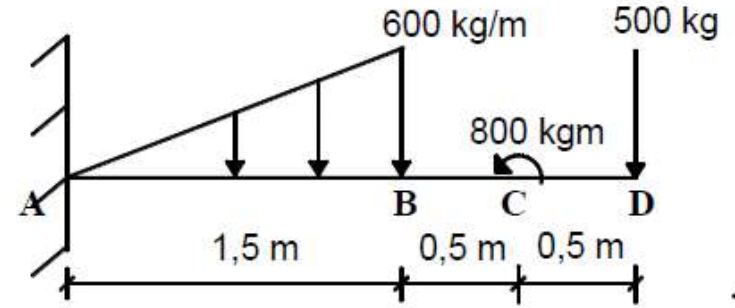
- ✓ Önce mesnet reaksiyonları bulunur;

$$\Sigma F_x = 0 ; R_{Ax} = 0$$

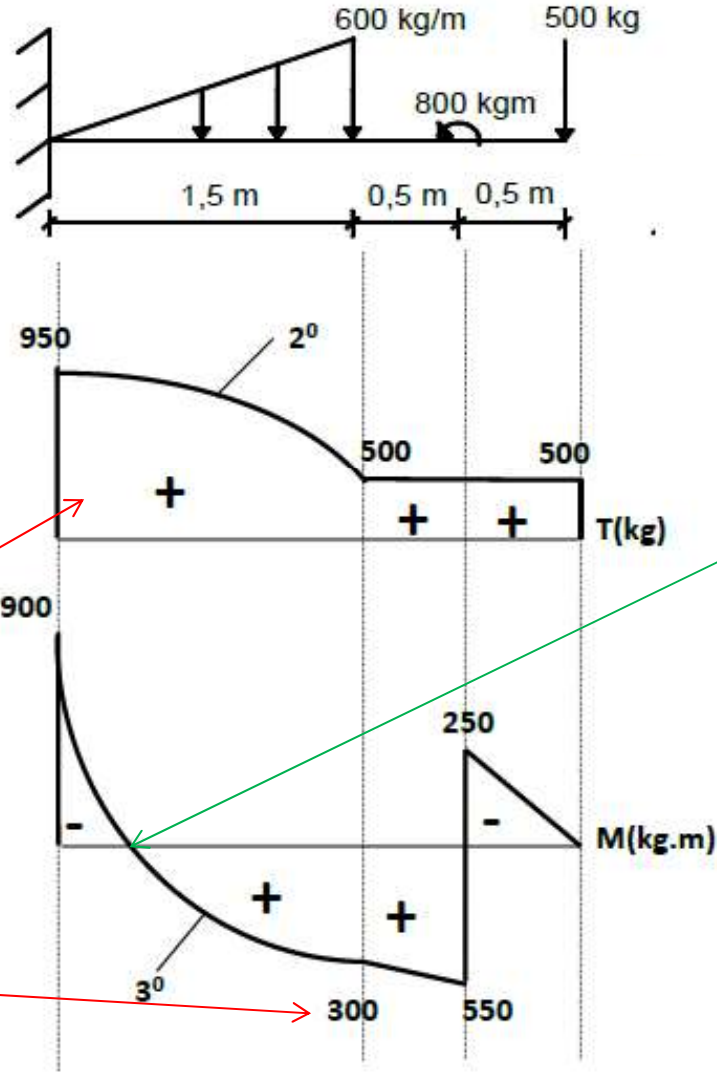
$$\begin{aligned} (\uparrow) \Sigma F_y = 0 ; R_{Ay} - (600 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 0,5) - 500 \text{ kg} &= 0 ; \\ R_{Ay} &= 950 \text{ kg} (\uparrow) \end{aligned}$$

$$(\curvearrowright) \Sigma M_A = 0 ; M_A - 500 \text{ kg} \cdot 2,5 \text{ m} - (600 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 0,5) \cdot 1 \text{ m} = 0 ;$$

$$M_A = 900 \text{ kgm}$$



ÖRNEK-8



Bu alanı hesaplamak uğraştırıcı olduğundan 300 kg.m kesim yöntemiyle bulundu.

Sıfır noktasının konumu, kesim yönteminde AB arası moment eşitliği sıfıra eşitlenerek bulunur.

ÖRNEK-9

- **Soru:** Şekilde yükleme durumu verilen kirişin N, M ve T diyagramlarını çiziniz.
- **Çözüm:**
- ✓ Önce mesnet reaksiyonları bulunur;

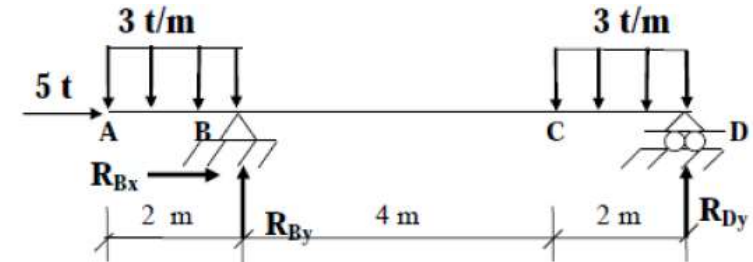
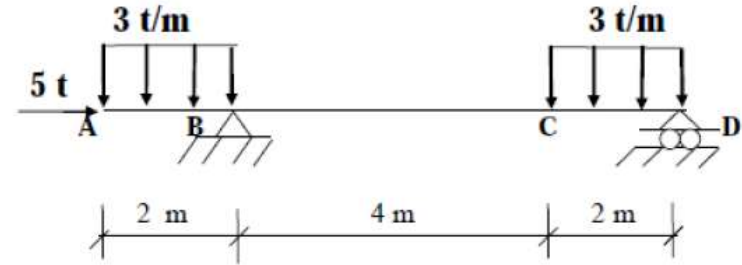
$$\Sigma F_x = 0; R_{Bx} = -5 \text{ (yönü seçilen pozitif yönün tersi yönde !)}$$
$$R_{Bx} = 5^t (\leftarrow)$$

$$(\curvearrowright) \Sigma M_B = 0; R_{Dy} \cdot 6^m + 3^{t/m} \cdot 2^m \cdot 1^m - 3^{t/m} \cdot 2^m \cdot 5^m = 0;$$

$$R_{Dy} = 4^t (\uparrow);$$

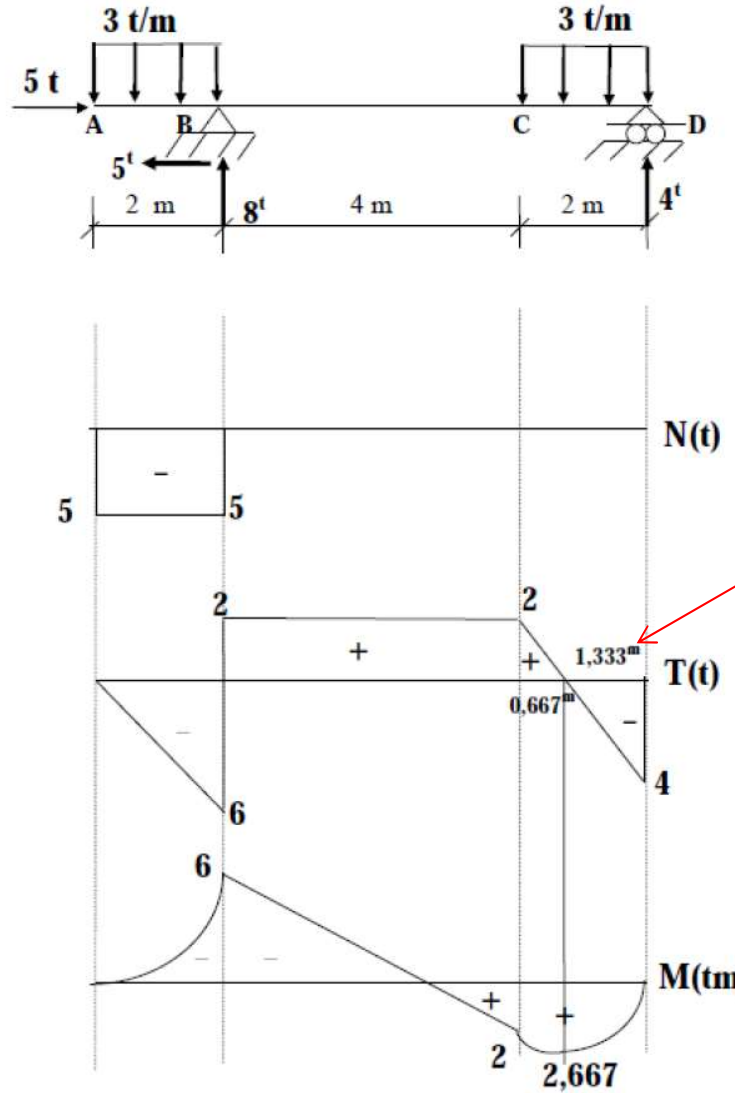
$$(\uparrow) \Sigma F_y = 0; R_{By} + R_{Dy} - 3 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 0;$$
$$R_{By} + 4 - 6 - 6 = 0$$

$$R_{By} = 8^t (\uparrow)$$



Sistemin SCD'si

ÖRNEK-9



Kesme kuvvetinin sıfırdan geçtiği nokta CD arasındaki kesme kuvveti doğrusunun eğiminden bulunur.

Faydalanılan kaynaklar:

Mühendislik Mekaniği - Statik, R.C. Hibbeler, S.C. Fan

(Mühendislik Mekaniği – Statik’in Pearson yayınevi tarafından hazırlanan İngilizce sunumları)

kisi.deu.edu.tr/serkan.misir – statik ders notları

kisi.deu.edu.tr/burak.felekoglu – statik ders notları (sorular, çoğu giriş çizimi ve denklemleri buradan alınmıştır)

kisi.deu.edu.tr/ozgur.ozcelik – statik ders notları (sorular buradan alınmıştır)

kisi.deu.edu.tr/sadik.girgin – statik çözümlü soruları (sorular buradan alınmıştır)

<https://www.emlakpencerem.com/turkiye-de-ondan-yuksegi-yok-165-metre-yukseklige-sahip-kopru-tamamlanmak-uzere/103418/>

Teşekkürler:

- **Dr. Yalçinkaya; ders notlarından, çevirilerinden, sunumlarından ve çizimlerinden faydalandığı Dr. Girgin, Dr. Mısır, Dr. Felekoğlu ve Dr. Özçelik’e sonsuz teşekkürlerini sunar. Bu dersin ana kaynağı “Mühendislik Mekaniği - Statik, R.C. Hibbeler, S.C. Fan” kitabı ve Pearson yayınevinin sunumlarıdır. Dr. Yalçinkaya yayınevlerine ve yazarlara teşekkürü borç bilir.**